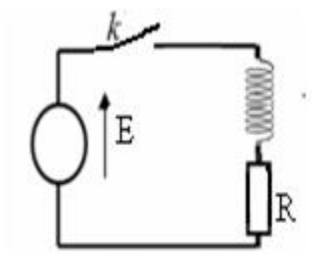
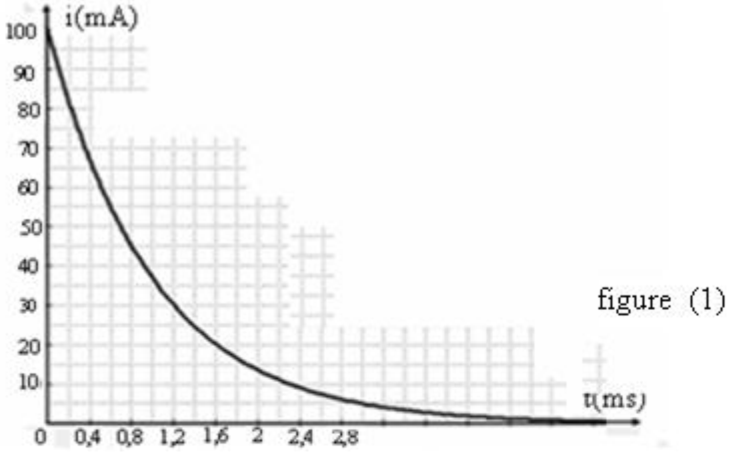
Exercice 1:

On considère le montage électrique suivant qui se compose d'un générateur idéal de tension de force électrique E=12V, d'un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ d'une bobine d'inductance L et de résistance r et d'un interrupteur K .
On ferme l'interrupteur K.





1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité I du courant dans le circuit.
2) Déduire l'expression de l'intensité I_0 du courant en régime permanant.
3) Lorsque le régime permanent est établit on ouvre l'interrupteur K à un instant t=0 après avoir ajouté unediode montée en sens inverse entre les bornes de la bobine.
La figure (1) représente les variations de l'intensité du courant dans le circuit en fonction du temps.
3-1-Quel est le rôle de la diode dans ce nouveau montage?
3-2- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité I du courant dans le circuit.
3-3- Sachant que la solution de cette équation différentielle s'écrit : $i(t) = I_o.e^{-\frac{t}{\tau}}$, déterminer l'expression de I_o et celle de τ puis donner l'expression de i(t).
3-4- Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ du dipôle RL, puis déduire la valeur de r et celle de L.
3-5- Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans la bobine à l'instant $t = \tau$.
3-6- Déduire le rôle de la bobine dans ce circuit.

Exercice 2:

On réalise le montage représenté dans la figure1 qui comprend en série :

- un condensateur de capacité C = 95µF chargé sous la tension E=10V.
- une bobine d'inductance L=9,6mH et de résistance négligeable.
- un conducteur ohmique de résistance R=2Ω.
- un interrupteur K.

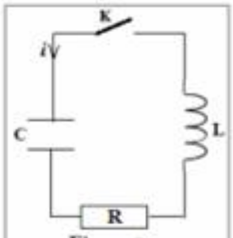


Figure1

On ferme l'interrupteur K à t=0
La figure 2 représente les variations de la tension u_c aux bornes du condensateur.

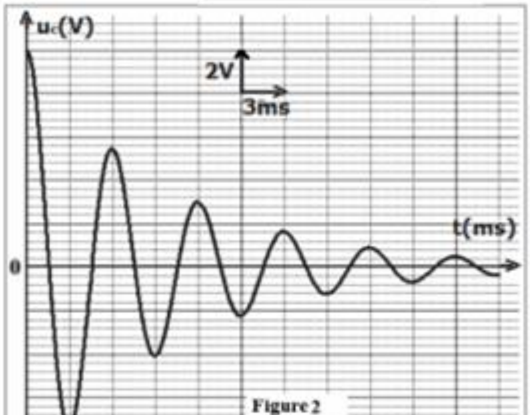
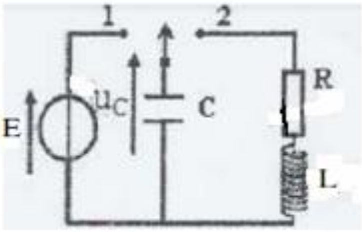


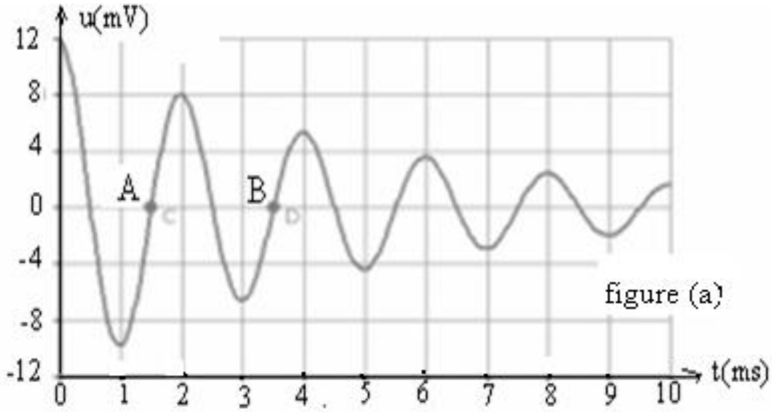
Figure 2

1. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ s'écrit :
$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2.\alpha.\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$
avec α une constante à exprimer.
2. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :
$$u_c = U_0 e^{-\alpha t}\cos(\frac{2\pi}{T}t)$$
2.1 Exprimer la tension U_1 aux bornes du condensateur à t=T, en fonction de U_0 , α et T. calculer sa valeur.
2.2 Montrer que $u_C(nT) = U_o.e^{-\alpha.n.T}$ ou n est un entier naturel non nul.
2.3 Déduire que : $u_C(n.T) = \frac{U_1^n}{U_o^{n-1}}$
2.4 En déduire l'énergie dissipée par effet joule au bout des trois premières pseudo-periodes.

Exercice 3:

On charge un condensateur de capacité C à l'aide d'un générateur de force électromotrice E puis on bascule l'interrupteur K à la position (2) en prenant cet instant comme origine des temps.
On donne : E=12V, L : inductance de la bobine est variable (sa résistance est négligeable) , $C = 1\mu F$, $R = 1k\Omega$
1) La tension aux bornes du condensateur évolue en fonction du temps comme le montre la figure (a) :





1-1- Les oscillations électriques observées sont amorties. Quel est le dipôle responsable de cet amortissement ?

1-2- Qualifier ce régime d'oscillations par un terme approprié.

1-3- Sur la courbe de la figure précédente sont indiqués deux points A et B .Comment appelle-t-on la durée entre ses deux points ? Déterminer graphiquement sa valeur.

1-4- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.

2) Pour entretenir les oscillions on ajoute dans le circuit précédent un dispositif.

2-1- Expliquer dans une phrase, le rôle de ce dispositif du point de vue énergétique.

2-2- Donner l'expression de la période propre T_o du circuit oscillant .Calculer sa valeur .On donne : $C = 1\mu F$ et: L=0,1H.

2-3-En déduire la fréquence f_o de la tension obtenue.

2-4-Le circuit oscillant est ensuite relié à un haut parleur convertissant cette onde électrique en une onde sonore de fréquence f_o.On souhaite que notre instrument émet la note la_3 à l'aide du circuit précédent.

On donne les fréquences de l'octave 3 de la gamme tempérée:

Note	do	Ré	mi	fa	sol	la_3	si
Fréquence (en Hz)	262	294	330	349	392	440	494

2-4-1- La fréquence précédente obtenue est-elle un son de l'octave 3 de la gamme?

2-4-2- Quels paramètre peut-on changer pour modifier la valeur de la fréquence émise?

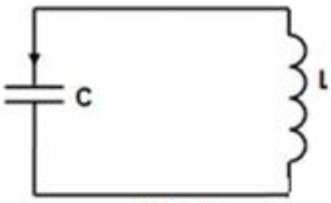
2-4-3- Sachant qu'on ne dispose pas d'autres condensateurs que celui du circuit précédent .Calculer la valeur de l'autre paramètre qui permettra d'obtenir la note la_3.

2-4-4- On règle ce paramètre sur 232mH, déterminer la nature de la note émise par le diapason.

Exercice 4:

On réalise la décharge d'un condensateur dans une bobine d'inductance L=0,1H. de résistance est négligeable dans deux cas :

1) **1.1.** Premier cas : On utilise un condensateur de capacité C initialement chargé sous la tension U_0 (fig 1). On note q(t) la charge du condensateur à l'instant t.



(fig 1)

1.1.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).

1.1.2. Déterminer la valeur de C sachant que le circuit est le siège d'oscillations électriques libres non amorties, de période propre T_0=2 ms. On prend $\pi^2 = 10$.

1.2. Deuxième cas : On utilise le condensateur précèdent de capacité C initialement chargé sous la tension U_0=6 V, et on l'associe à la bobine précédente montée en série avec un conducteur ohmique de résistance R réglable et un interrupteur ouvert. On règle la résistance du conducteur ohmique sur la valeur R_0, et on ferme le circuit à l'instant t_0=0.

A l'aide d'un système d'acquisition informatique, on suit la tension $u_C(t)$ entre les bornes du condensateur, on obtient le graphe de la figure (2).

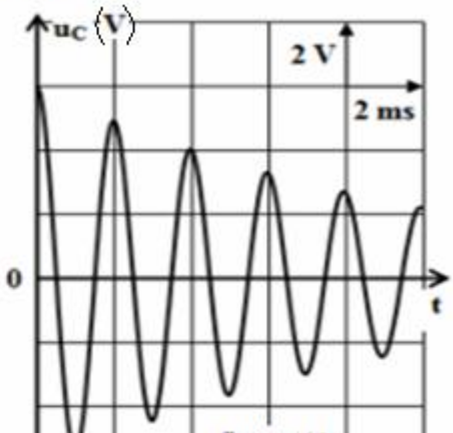


figure (2)

1.2.1. Nommer le régime d'oscillations que montre le graphe.

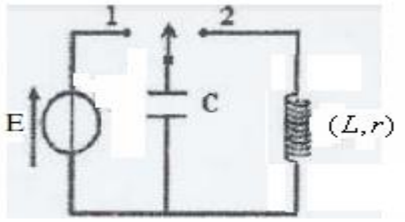
1.2.2. Calculer la valeur de l'énergie totale ξ_o du circuit à l'instant t_0=0 et la valeur de l'énergie totale ξ_1 lu circuit à l'instant t_f=2T , avec T pseudo période des oscillations électriques.

Y' a-t'il conservation de l'énergie totale du circuit ?

1-2-3. On admet que $\ln\left(\frac{\xi_o}{\xi_1}\right) = \frac{R_o}{L}(t_1 - t_o)$ .Déterminer la valeur de R_o.

Exercice 5:

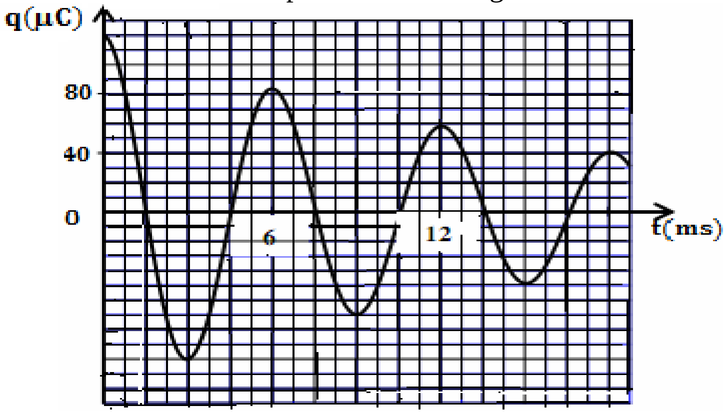
On considère le montage de la figure suivante .On charge le condensateur de capacité C à l'aide d'un générateur de force électromotrice E puis on bascule l'interrupteur K à la position (2) en prenant cet instant comme origine des temps.



On donne : E=12V, L : inductance de la bobine est variable , $C = 1\mu F$.

Lorsque le condensateur est totalement chargé, on bascule l'interrupteur K à la position (2) à un instant t=0 .

La courbe de la figure suivante donne l'évolution temporelle de la charge du condensateur q(t) .



1) 1-1- Nommer le régime oscillatoire correspondant.

1-2- En considérant que la pseudo-période est égale à la période propre, déterminer la valeur de l'inductance L. ($\pi^2 = 10$)

1-3- Calculer la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants t_1=0 et t_2= 18ms .Interpréter le résultat obtenue.

1-4- Pour entretenir les oscillations, on monte en série avec le condensateur et la bobine précédente un générateur G qui délivre une tension électrique u_G=K.i.

1-4-1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q(t).

1-4-2- Lorsque la constante K prend la valeur K=11 , on obtient des oscillations électriques sinusoïdales .En déduire la valeur de la résistance "r" de la bobine .

2) On ajoute au montage précédent un conducteur ohmique de résistance $R = 1k\Omega$ tout en remplaçant la bobine par une autre bobine de même inductance L=0,1H et de résistance négligeable.

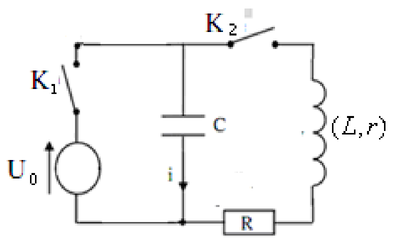
Après avoir chargé de nouveau le condensateur totalement, on bascule l'interrupteur K à la position (2) à un instant t=0 .La figure suivante représente la variation de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur et celle de la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

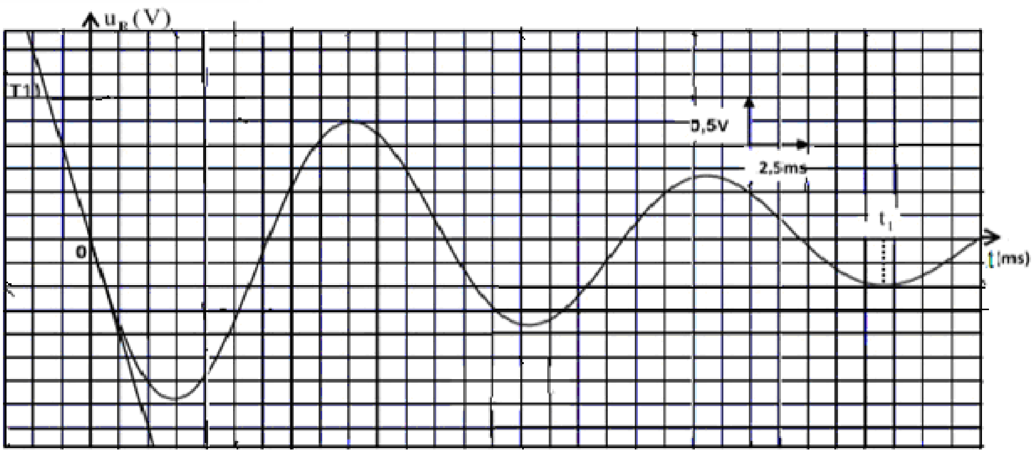
Exercice 6:

On considère le montage électrique suivant constitué d'une bobine d'inductance L=0,9H et de résistance interne, un conducteur ohmique de résistance $R = 120\Omega$, un condensateur de capacité C=10^{-6}F.

Lorsque la tension entre les bornes du condensateur prend la valeur $u_C = U_0$,on ouvre K_1et on ferme K_2 à un instant t=0. Un système d'acquisition permet de tracer la courbe représentant la tension $u_R(t)$.

(la droite (T_1) représente la tangente à la courbe à t = 0 .





1) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur.

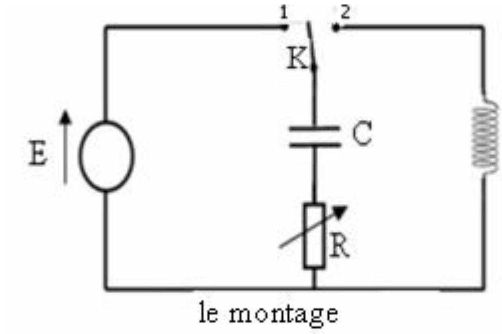
2) Exprimer : $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de R , r et i ; E_t représente l'énergie totale du circuit à un instant t

3) Montrer que $U_0 = -\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ où $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ représente la dérivée par rapport au temps de $u_R(t)$ à t = 0 .Calculer U_0.

4) Trouver $|E_J|$ l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre les instants t=0 et $t=t_1$

Exercice 7:

On considère le montage suivant qui se compose d'un générateur de force électromotrice, d'un condensateur de capacité C, d'une bobine de coefficient d'induction L et de résistance négligeable, d'un conducteur ohmique de résistance R variable.



le montage

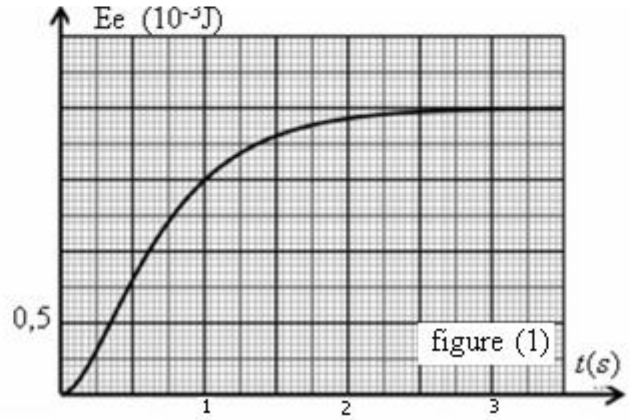


figure (1)

On ferme l'interrupteur K à la position (1) à l'instant t=0.

1)1-1- Recopier le montage correspondant en précisent son rôle puis établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur. (On pose $\tau = R.C$).

1-2- Montrer que : $u_c = A(1-e^{-\alpha t})$ est solution de l'équation différentielle précédente puis déduire l'expression de A et de α.

1-3- En utilisant l'analyse dimensionnelle déterminer l'unité de α.

1-4 - 1-4-1- Montrer que l'énergie électrique maximale emmagasinée dans le condensateur est : $E_{emax} = \frac{1}{2}.C.E^2$.

1-4-2- Montrer que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur est : $E_e = E_{emax}.\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$

1-5-On donne dans la figure (1) la courbe qui représente les variations de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.

1-5-1- Déterminer graphiquement la valeur de τ .

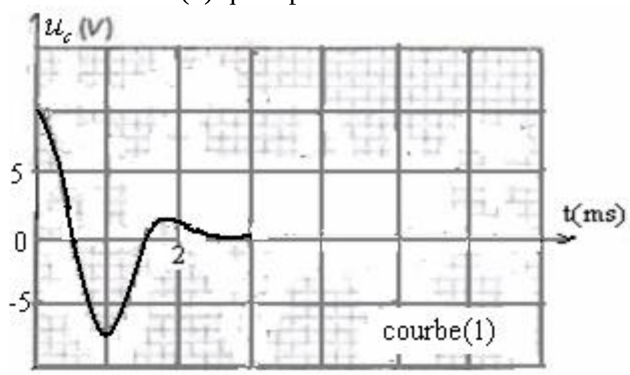
1-5-2- Déduire la valeur de la capacité C du condensateur sachant que la force électromotrice du générateur est E=10V.

1-5-3-Monter que: $R = 12{,}5k\Omega$.

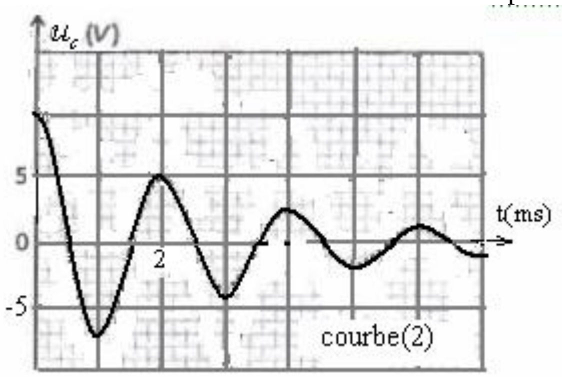
1-5-On donne dans la figure (1) la courbe qui représente les variations de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.

2) Lorsque le régime permanent est établit on décale l'interrupteur vers la position (2) à un instant t=0 .

On obtient La courbe (1) qui représente les variations de la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps .



courbe(1)



courbe(2)

2-1- Nommer le régime que représente chacune des courbes.

2-2- Déterminer la charge q_0 du condensateur à l'instant t=0.

3) On fait diminuer la valeur de la résistance R et on obtient la courbe (2).

3-1- Déterminer graphiquement la valeur de la pseudo-période T de l'oscillateur.

3-2-Sachant que la pseudo-période est égale à la période propre, déterminer la valeur du coefficient d'induction L de la bobine (On prend $\pi^2 = 10$)

3-3 Monter que l'énergie totale du circuit diminue .Interpréter cette diminution.

4) Lorsque le condensateur est totalement chargé, on fait varier la valeur de la résistance R jusqu'à ce qu'elle s'annule R=0 pius on décale l'interrupteur K vers la position (2) à un instant t=0.

4-1- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension uc aux bornes du condensateur.

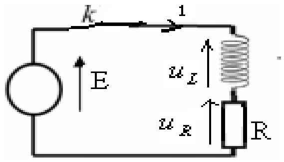
4-2- Monter que : $u_c = A.\cos\left(\frac{1}{\sqrt{L.C}}.t\right)$ est solution de l' l'équation différentielle précédente puis déterminer l'expression de A en fonction des paramètres du circuit puis déterminer sa valeur.

Correction

Correction de l'exercice 1:

1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_L + u_R = E \quad \Rightarrow \quad r.i + L.\frac{di}{dt} + Ri = E \quad \Rightarrow \quad L.\frac{di}{dt} + (R+r).i = E \quad \text{d'où:} \quad \frac{L}{R_t}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_t} \quad \text{avec: } R_t = R + r$$

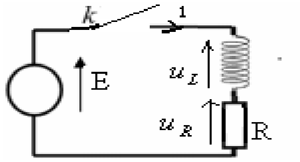


2) En régime permanant, l'intensité du courant est constante $i = I_o$. donc: $\frac{di}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_o = \frac{E}{R_t}$

3) 3-1- le rôle de la diode dans ce nouveau montage c'est pour éviter la surtension aux bornes de la bobine.

3-2- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_L + u_R = 0 \quad \Rightarrow \quad r.i + L.\frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad \Rightarrow \quad L.\frac{di}{dt} + (R+r).i = 0 \quad \text{d'où:} \quad \frac{L}{R_t}.\frac{di}{dt} + i = 0$$



3-3- la solution est: $i(t) = I_o.e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad \frac{di(t)}{dt} = -\frac{I_o}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$, en remplaçant dans l'équation différentielle on a:

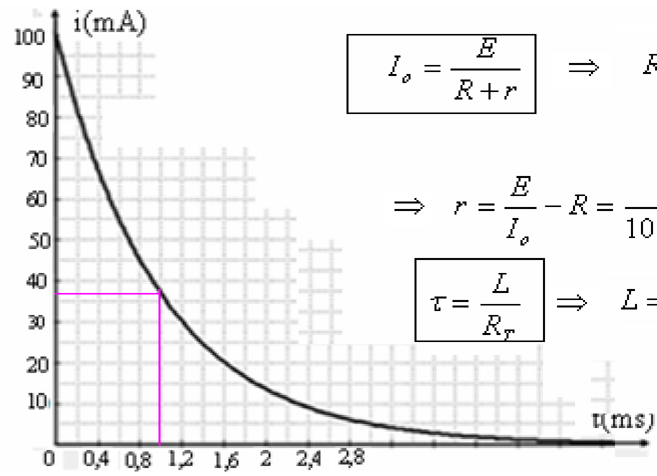
$$-\frac{L}{R_T}.\frac{I_o}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + I_o.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \quad \Rightarrow \quad I_o.e^{-\frac{t}{\tau}}(1 - \frac{L}{\tau.R_T}) = 0 \quad \text{donc:} \quad 1 - \frac{L}{\tau.R_T} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{L}{\tau.R_T} = 1 \quad \text{d'où:} \quad \tau = \frac{L}{R_T}$$

<u>Détermination de I_o</u>: On utilise les conditions initiale : à t=0 on a : $i = \frac{E}{R_T}$,en remplaçant dans: $i(t) = I_o.e^{-\frac{t}{\tau}}$ à t=0 ,

elle devient: $\frac{E}{R_T} = I_o.e^0 \quad \Rightarrow \quad I_o = \frac{E}{R_T}$ donc : $i(t) = \frac{E}{R_T}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

3-4- à l'instant : $t = \tau$, $i(\tau) = I_o.e^{-1} = 037.I_o = 0,37 \times 100 = 37mA$

qui correspond graphiquement à : $\tau = 1ms$, et on a : $I_o = 100mA$



$$\boxed{I_o = \frac{E}{R+r}} \quad \Rightarrow \quad R + r = \frac{E}{I_o}$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{E}{I_o} - R = \frac{12}{100.10^{-3}} - 100 = 20\Omega$$

$$\boxed{\tau = \frac{L}{R_T}} \quad \Rightarrow \quad L = \tau.R_T = 10^{-3} \times 120 = 0,12H$$

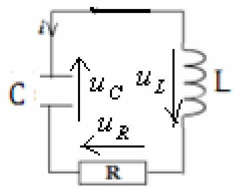
3-5- $E_m(t) = \frac{1}{2}.Li^2 = \frac{1}{2}.L\left(I_o.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$, à $t = \tau \quad \Rightarrow \quad E_m(\tau) = \frac{1}{2}.LI_o^2(e^{-1})^2 = \frac{1}{2}.0,12(0,1)^2.(e^{-1})^2 = 8,12\,10^{-5}J$

Correction de l'exercice 2:

1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_L + u_R + u_C = 0$

$$\Rightarrow \quad L.\frac{di}{dt} + R.i + u_C = 0 \quad \text{avec:} \quad i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} \quad \text{et :} \quad \frac{di}{dt} = C.\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

donc : $L.C\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + R.C.\dfrac{du_C}{dt} + u_C = 0$



$$\Rightarrow \quad \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}.\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0$$, qui sous la forme:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + 2.\alpha.\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = \frac{R}{2.L}}$$

2) 2-1- on a : $u_C(t) = U_o.e^{-\alpha t}.\cos(\frac{2.\pi}{T}.t) \quad \Rightarrow \quad U_1 = u_C(T) = U_o.e^{-\alpha T}.\cos(\frac{2.\pi}{T}.T) = U_o.e^{-\alpha T}.\cos(2.\pi) = U_o.e^{-\alpha T}$

2-2- $u_C(nT) = U_o.e^{-\alpha nT}.\cos(\frac{2.\pi}{T}.nT) = U_o.e^{-\alpha nT}.\cos(2.\pi.n) = U_o.e^{-\alpha nT}$ car: $\cos(2.\pi.n) = 1$

2-3- On a : $u_C(t) = U_o.e^{-\alpha t}.\cos(\frac{2.\pi}{T}.t)$ et: $u_C(nT) = U_o.e^{-\alpha.nT}$

D'après la question 2-1) on a : $U_1 = U_o.e^{-\alpha T} \quad \Rightarrow \quad U_1^{\,n} = U_o^{\,n}.e^{-n.\alpha T}$

$U_o^{\,n-1}$: est constante.

$$\Rightarrow \quad \frac{U_1^{\,n}}{U_o^{\,n-1}} = \frac{U_o^{\,n}.e^{-n.\alpha T}}{U_o^{\,n-1}} = U_o^{\,1-n+n}.e^{-n.\alpha T} = U_o.e^{-n\alpha T} = u_C(n.T)$$

2-4- L'énergie dissipée par effet joule au bout de 3T :

$$\xi = |\Delta\xi_t| = |\xi_{(3T)} - \xi_{(t=0)}| = \left|\frac{1}{2}.C.u_{C(3T)}^{\;2} - \frac{1}{2}.C.u_{C(t=0)}^{\;2}\right| = \left|\frac{1}{2}.C.\left[u_{C(3T)}^{\;2} - u_{C(t=0)}^{\;2}\right]\right| = \left|\frac{1}{2}.95.10^{-6}.\left[1{,}6^2 - .10^2\right]\right| \approx 4{,}6.10^{-3}\,J$$

Correction de l'exercice 3:

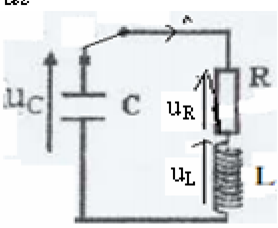
1) 1-1- Le dipôle responsable de l'amortissement est la résistance.

1

-2- Régime pseudo- périodique.

1-3- La pseudo-période. Sa valeur est : T=2ms.

1-4-En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_L+u_R+u_C=0 \quad \Rightarrow \quad L.\dfrac{di}{dt} + R.i + u_C = 0$



avec: $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{d(C.u_C)}{dt} = C.\dfrac{du_C}{dt}$

et: $\dfrac{di}{dt} = C.\dfrac{d^2u_C}{dt^2}$

donc: $L.C.\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + R.C.\dfrac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{R}{L}.\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{L.C}.u_C = 0}$

2) 2-1- Pour entretenir les oscillions on ajoute dans le circuit précédent un dispositif. Le rôle de ce dispositif est de récompenser l'énergie perdue par effet joule dans le circuit.

2-2- $T_o = 2.\pi\sqrt{L.C}$ A.N: $T_o = 2.\pi\sqrt{0{,}1\times10^{-6}} \approx 0{,}002s = 2ms$

2-3- La fréquence de la tension obtenue : $f_o = \dfrac{1}{T_o} = \dfrac{1}{0.002} = 500Hz$

2-4) 2-4-1- La fréquence précédente obtenue n'est pas un son de l'octave 3 de la gamme .

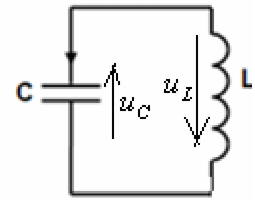
2-4-2- Pour modifier la valeur de la fréquence émise on peut modifier soit la valeur de la capacité C du condensateur ou bien celle de l'inductance L de la bobine.

2-4-3- On a : $f'_o = \dfrac{1}{2.\pi\sqrt{L'.C}} \Rightarrow f'^{\,2}_o = \dfrac{1}{4.\pi^2 L'.C} \Rightarrow L' = \dfrac{1}{4.\pi^2 C.f'^{\,2}_o}$ A.N: $L' = \dfrac{1}{4.\pi^2 10^{-6}.440^2} \approx 0{,}13H$

2-4-4- $f = \dfrac{1}{2.\pi\sqrt{L.C}} = \dfrac{1}{2.\pi\sqrt{232.10^{-3}\times 10^{-6}}} = 330Hz \Rightarrow$ La note émise par le diapason est : mi

Correction de l'exercice 4:

1-1) 1-1-1- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_L + u_C = 0$



$\Rightarrow L.\dfrac{di}{dt} + u_C = 0$ avec: $i = \dfrac{dq}{dt}$ et : $\dfrac{di}{dt} = \dfrac{d^2q}{dt^2} \Rightarrow L.\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{q}{C} = 0$ d'où: $\dfrac{d^2q}{dt^2} + \dfrac{1}{L.C}.q = 0$

1-1-2- $T_o = 2.\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_o^{\,2} = 4.\pi^2 LC \Rightarrow C = \dfrac{T_o^{\,2}}{4.\pi^2 L} = \dfrac{(2.10^{-3})^2}{4\times 10\times 0{,}1} = 10^{-6}F = 1\mu F$

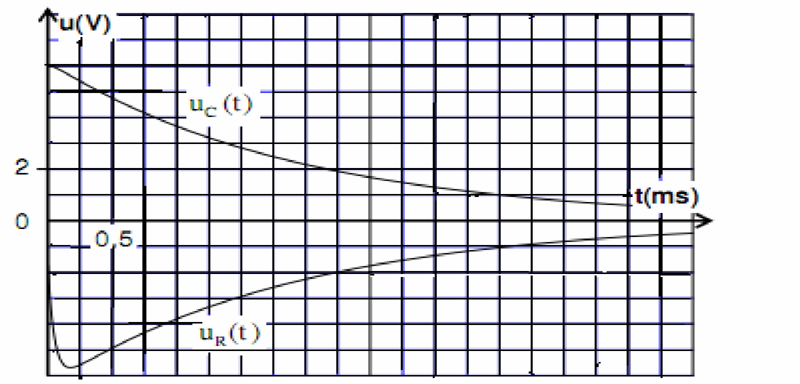
1-2) 1-2-1-Régime pseudopériodique.

1-2-2- $\xi_o = \xi_{oe} + \xi_{om} = \dfrac{1}{2}.C.u_{C(t=0)}^{\;2} + \dfrac{1}{2}.L.i_{(t=0)}^{\;2}$ A.N: à t=0 u_c=6V et : i=0 , $\xi_o = \dfrac{1}{2}.10^{-6}\times 6^2 + 0 = 18.10^{-6}J$

$\xi_{(t=2T)} = \xi_e + \xi_m = \dfrac{1}{2}.C.u_{C(t=2T)}^{\;2} + \dfrac{1}{2}.L.i_{(t=2T)}^{\;2}$ A.N: à t=2T u_c=4V et : i=0 , $\xi_{(t=2T)} = \dfrac{1}{2}.10^{-6}\times 4^2 + 0 = 8.10^{-6}J$

Il n'ya pas conservation de l'énergie totale dans le circuit.

1-2-3- $\ln\left(\dfrac{\xi_o}{\xi_1}\right) = \dfrac{R_o}{L}(t_1 - t_o) \Rightarrow R_o = \dfrac{\ln\left(\dfrac{\xi_o}{\xi_1}\right)\times L}{2T - 0} = \dfrac{\ln\left(\dfrac{18.10^{-6}}{8.10^{-6}}\right)\times 0{,}1}{2\times 2.10^{-3}} \approx 20\Omega$



Correction de l'exercice 5:

1) 1-1- Il s'agit du régime pseudo-periodique.

1-2- On a : $T_o = 2.\pi\sqrt{L.C}$ et on a : T=T_o graphiquement : T=6ms

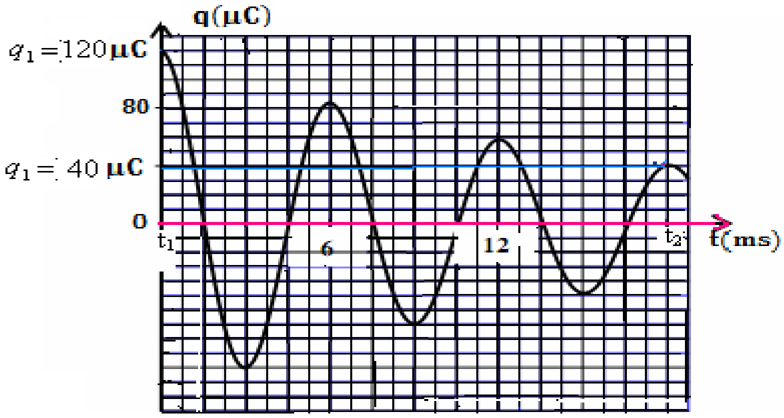
donc: $T = 2.\pi\sqrt{L.C} \Rightarrow T^2 = 4.\pi^2.L.C$ d'où: $L = \dfrac{T^2}{4.\pi^2.C} = \dfrac{(6.10^{-3})^2}{4\times 10\times 10^{-6}} = 0{,}9H$

1-3- Calculer la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants t_1=0 et t_2= 18ms .

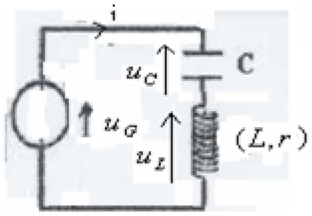
$\Delta\xi = \xi_{t2} - \xi_{t1} = (\xi_{mt2} + \xi_{et2}) - (\xi_{mt1} + \xi_{et1}) = (0 + \xi_{et2}) - (0 + \xi_{et1}) = \xi_{et2} - \xi_{et1} = \dfrac{1}{2C}.(q_2^{\;2} - q_1^{\;2})$

A.N: $\Delta\xi = \dfrac{1}{2.10^{-6}}.\left[(40.10^{-6})^2 - (120.10^{-6})^2\right] = -6{,}4.10^{-3}J$

Il y'a pas diminution de l'énergie totale dans le circuit, ceci est due à une perte d'énergie électrique par effet joule au niveau de la résistance totale du circuit.



1-4- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_G = u_L + u_C$



$$\Rightarrow \quad K.i = r.i + L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad L.\frac{di}{dt} + (K-r).i + \frac{q}{C} = 0$$

Pour que les oscillations soient entretenues : K-r=0 d'où: $\boxed{r = K = 11\Omega}$

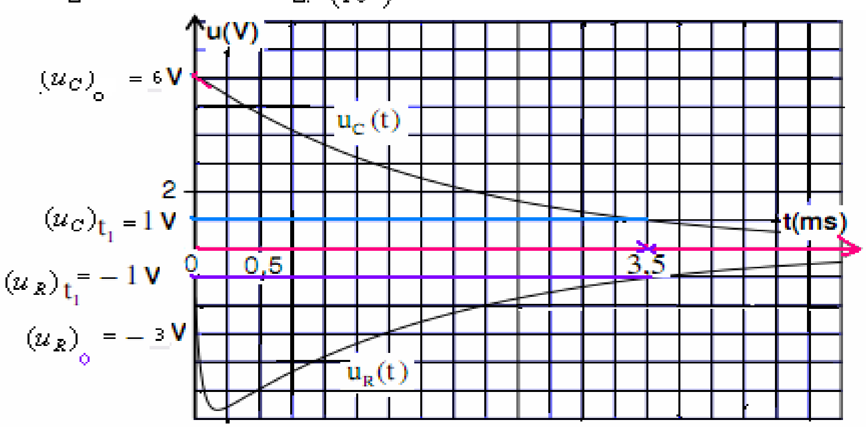
2) 2-1- L'énergie totale du circuit à un instant t est : $\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}.C.{u_C}^2 + \frac{1}{2}.L.i^2$

$$u_R = R.i \quad \Rightarrow \quad i = \frac{u_R}{R} \quad \Rightarrow \quad \xi_t = \frac{1}{2}.C.{u_C}^2 + \frac{1}{2}.L.\frac{{u_R}^2}{R^2}$$

2-2-

$$\Delta\xi = \xi_{t1} - \xi_t = \left[\frac{1}{2}C.{u_C}^2 + \frac{1}{2.}.L.\frac{{u_R}^2}{R^2}\right]_{t1} - \left[\frac{1}{2}C.{u_C}^2 + \frac{1}{2.}.L.\frac{{u_R}^2}{R^2}\right]_{t=0} = \frac{1}{2}C\left[{(u_C)_{t1}}^2 - .{(u_C)_0}^2\right] + \frac{1}{2.}.\frac{L}{R^2}\left[.{(u_R)_{t1}}^2 - .{(u_R)_0}^2\right]$$

A.N: $\Delta\xi = \frac{1}{2}.10^{-6}\left[1^2 - 6^2\right] + \frac{1}{2.}.\frac{0,9}{(10^3)^2}\left[(-1)^2 - (-3)^2\right] = -18.10^{-6} - 4.10^{-6} = -2,2.10^{-5}\,J$

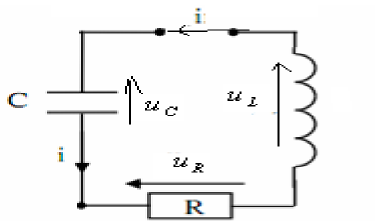


$\Delta\xi < 0 \quad \Rightarrow \quad \xi_f - \xi_i < 0$ donc: $\xi_f < \xi_i$ d'où: ξ : est décroissante.

La diminution de l'énergie est due à l'existence de la résistance au niveau de laquelle il y'a dissipation d'énergie électrique sous forme de chaleur par effet Joule.

Correction de l'exercice 6:

1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :



$u_R + u_L + u_C = 0 \Rightarrow \quad Ri + r.i + L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad (R+r).i + L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}. = 0$ avec: $i = \frac{dq}{dt}$ et: $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$

donc: $L.\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r).\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R+r}{L}.\frac{dq}{dt} + \frac{1}{L.C}.q = 0$

---

2) $E_t = E_e + E_m = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}.L.i^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_t}{dt}_m = \frac{q}{C}.\frac{dq}{dt} + L.i.\frac{di}{dt}$ avec: $i = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_t}{dt}_m = i.\left[L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}\right]$

et on a : $L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -(R+r).i$ donc: $\boxed{\frac{dE_t}{dt} = -(R+r).i^2}$

---

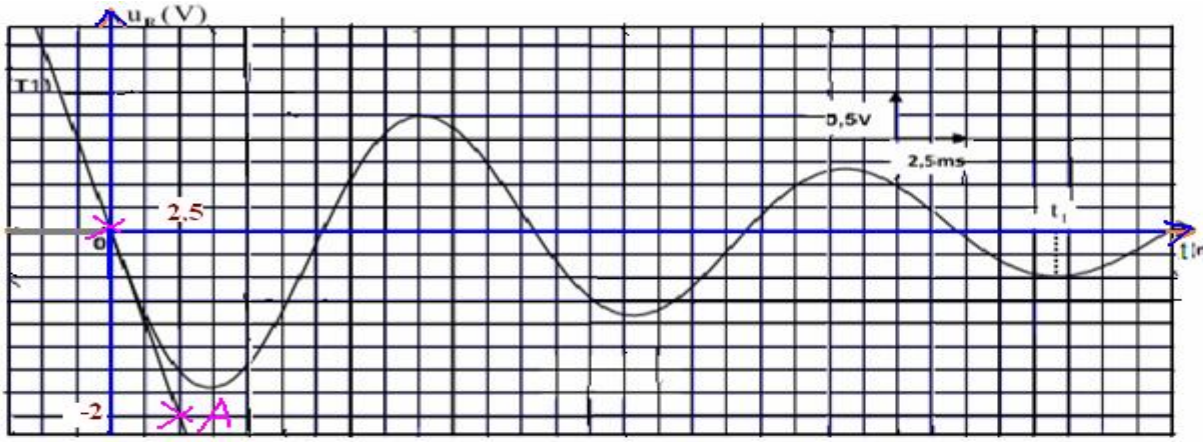
3) $u_R + u_L + u_C = 0 \quad \Rightarrow \quad u_R + r.i + L.\frac{di}{dt} + u_C = 0 \ , i = \frac{u_R}{R} \quad \Rightarrow \quad \frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{du_R}{dt}$ donc: $u_R + \frac{r}{R}.u_R + \frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + u_C = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} = -\left[u_C + \frac{R+r}{R}.u_R\right] \quad \Rightarrow \quad \frac{du_R}{dt} = -\frac{R}{L}\left[u_C + \frac{R+r}{R}.u_R\right]$

A l'instant t=0 on a : $u_C = U_o$ et i=0 donc u_R=0 $\Rightarrow \left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{R}{L}.U_o$ d'où : $U_o = -\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$

<u>Calcul de la valeur de U_0</u>: Graphiquement : $U_o = -\frac{L}{R}.\left(\frac{\Delta u_R}{\Delta t}\right)_{t=0}$

A.N: $U_o = -\frac{0{,}9}{120}.\left(\frac{-2-0}{(2{,}5-0).10^{-3}}\right) = 6V$



---

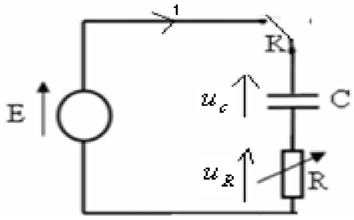
4)

$\Delta\xi = \xi_{t1} - \xi_t = \left[\frac{1}{2}C.u_C^{\ 2} + \frac{1}{2.}.L.\frac{u_R^{\ 2}}{R^2}\right]_{t1} - \left[\frac{1}{2}C.u_C^{\ 2} + \frac{1}{2.}.L.\frac{u_R^{\ 2}}{R^2}\right]_{t=0} = \frac{1}{2}C\left[(u_C)_{t1}^{\ 2} - .(u_C)_0^{\ 2}\right] + \frac{1}{2.}.\frac{L}{R^2}\left[.(u_R)_{t1}^{\ 2} - .(u_R)_0^{\ 2}\right]$

A.N: $\Delta\xi = \frac{1}{2}.10^{-6}\left[0^2 - .U_o^{\ 2}\right] + \frac{1}{2.}.\frac{0{,}9}{120^2}\left[.(-1)^2 - .0\right] = -2.10^{-6}\,J$

Correction de l'exercice 7:

1) 1-1-En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_R + u_c = E \quad \Rightarrow \quad RC..\frac{du_c}{dt} + u_c = E$ donc: $\tau.\frac{du_c}{dt} + u_c = E$



Le rôle de ce circuit est : la charge du condensateur.

1-2- $u_c = A.(1-e^{-\alpha t}) \Rightarrow u_c = A - Ae^{-\alpha.t}$ donc: $\frac{du_c}{dt} = A\alpha e^{-\alpha.t}$, en remplaçant dans l'équation différentielle :

$\tau.A\alpha e^{-\alpha t} + A - Ae^{-\alpha t} = E \Rightarrow Ae^{-\alpha.t}(\tau.\alpha - 1) + A = E$ donc: $\underline{A = E}$ et: $\tau.\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau}$

Donc la solution s'écrit : $u_c = E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

1-3- $\alpha = \frac{1}{\tau}$ ($\tau = R.C$) donc: $\alpha = \frac{1}{R.C} \Rightarrow [\alpha] = \frac{1}{[R][C]}$

On a : $u_R = Ri \Rightarrow R = \frac{u_R}{i}$ donc: $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

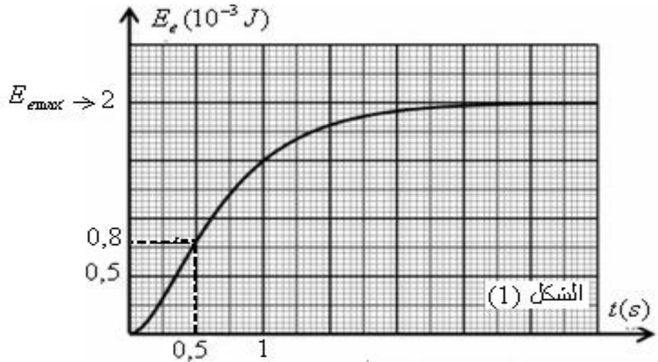
Et on a : $i = C.\frac{du_C}{dt} \Rightarrow [I] = [C]\frac{[U]}{[t]}$ donc: $[C] = \frac{[I][t]}{[U]}$

donc: $[\alpha] = \frac{1}{[R][C]} = \frac{[I]}{[U]}\frac{[U]}{[I][t]} = \frac{1}{[t]} = [t]^{-1}$ donc l'unité de α dans le S.I est la (s^{-1}).

1-4) 1-4-1- $E_e = \frac{1}{2}.c.u_c^{\,2}$, en régime permanent : $u_c = E \Rightarrow E_{emax} = \frac{1}{2}cE^2$

1-4-2- $u_c = E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow E_e = \frac{1}{2}.c.E^2.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})^2 \Rightarrow E_e = E_{emax}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})^2$

1-5) 1-5-1- On a à l'instant : $t = \tau$, $E_e = E_{emax}.(1-e^{-1})^2 = 2.10^{-3} \times (1-e^{-1})^2 \approx 0{,}8.10^{-3}J$, qui correspond graphiquement à : $\tau = 0{,}5s$



1-5-2- On a : $E_{emax} = \frac{1}{2}cE^2 \Rightarrow c = \frac{2.E_{emax}}{E^2} = \frac{2\times 2.10^{-3}}{10^2} = 4.10^{-5}F$

1-5-3- $\tau = R.c \Rightarrow R = \frac{\tau}{c} = \frac{0{,}5}{4.10^{-5}} = 12{,}5.10^3\,\Omega = 12{,}5k\Omega$

---

2) 2-1- Régime apériodique.

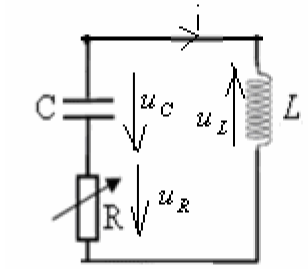
2-2- $q_o = c.\times u_{co} = 4.10^{-5} \times 10 = 4.10^{-4}\,C$

3) 3-1- T=2ms.

3-2- $T_o = T = 2ms$ On a : $T_o = 2.\pi.\sqrt{Lc} \Rightarrow T_o^{\,2} = 4.\pi^2.Lc \Rightarrow L = \frac{T_o^2}{4.\pi^2.c} = \frac{(2.10^{-3})^2}{4\times 10\times 4.10^{-5}} = 2{,}5.10^{-3}\,H$

3-3- $E_t = E_e + E_m = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}.L.i^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_t}{dt_{\ m}} = \frac{q}{C}.\frac{dq}{dt} + L.i.\frac{di}{dt}$ avec: $i = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad \frac{dE_t}{dt_{\ m}} = i.\left[L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}\right]$

et on a : $L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -(R+r).i$ donc: $\boxed{\frac{dE_t}{dt} = -(R+r).i^2}$ $\quad \frac{d\xi_t}{dt} < 0 \Rightarrow$ l'énergie totale du circuit diminue.



$$u_R + u_L + u_C = 0 \quad \Rightarrow \quad R.i + r.i + L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \quad (R+r).i + L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}. = 0 \quad \Rightarrow \quad L.\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = -(R+r).i$$

La diminution de l'énergie totale dans le circuit est due à une perte d'énergie électrique au niveau de la résistance totale du circuit par effet joule.

---

4) 4-1- l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur est:.

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}.u_c = 0$$

4-2- On a : $u_c(t) = A.\cos(\frac{1}{\sqrt{L.C}}.t)$ donc :

$$\begin{cases} \frac{du_c(t)}{dt} = -A.\frac{1}{\sqrt{L.C}}\sin(\frac{1}{\sqrt{L.C}}.t) \\ \frac{d^2u_c(t)}{dt^2} = -A.\frac{1}{L.C}\cos(\frac{1}{\sqrt{L.C}}.t) = -\frac{1}{L.C}.u_c(t) \end{cases}$$

En remplaçant dans l'équation différentielle : $-\frac{1}{L.C}.u_c(t) + \frac{1}{L.C}.u_c(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = 0$.

Détermination de A :

On a à t=0 , u_c=E donc : $E = A.\cos 0 \quad \Rightarrow \quad A = E$ graphiquement sa valeur : E=10V

Bonne chance

p.SBIRO Abdelkrim

Pour toute observation contactez-moi
sbiabdou@yahoo.fr

lundi 31 mai 2021