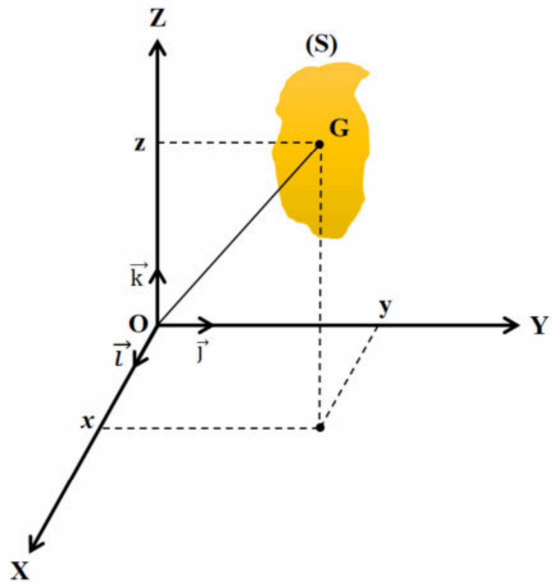
Lois de Newton

i. Repérage d'un point d'un mobile



1) Vecteur position

La position du centre d'inertie **G** d'un système (S) est repérée à chaque instant par le vecteur position $\overrightarrow{\mathbf{OG}}$

Dans un repère cartésien : $\overrightarrow{\mathbf{OG}} = \mathbf{x}\,\vec{\mathbf{i}} + \mathbf{y}\,\vec{\mathbf{j}} + \mathbf{z}\,\vec{\mathbf{k}}$

- Le module du vecteur position : $\|\overrightarrow{\mathbf{OG}}\| = \sqrt{\mathbf{x^2 + y^2 + z^2}}$

2) Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse instantanée du centre d'inertie **G** du solide est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur position :

$$\overrightarrow{\mathbf{V_G}} = \frac{\mathbf{d\overrightarrow{OG}}}{\mathbf{dt}}$$

$$\overrightarrow{V_G} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = V_x\vec{\imath} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

- Le module du vecteur vitesse : $\|\overrightarrow{\mathbf{V_G}}\| = \sqrt{\mathbf{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}}$

3) Vecteur accélération

Le vecteur accélération instantanée du centre d'inertie **G** du solide est égal à la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse :

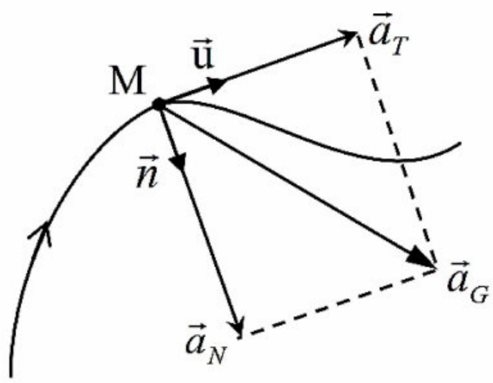
$$\overrightarrow{\mathbf{a_G}} = \frac{\mathbf{d\overrightarrow{V_G}}}{\mathbf{dt}} = \frac{\mathbf{d^2\overrightarrow{OG}}}{\mathbf{dt^2}}$$

$$\overrightarrow{a_G} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

Le module du vecteur accélération : $\|\overrightarrow{a_G}\| = \sqrt{\mathbf{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$

4) La base locale de Frénet

La base de Frénet est un repère mobile lié au mouvement du point **M**, son origine est le point **M** et ses vecteurs unitaires sont :



$\vec{u}$: Tangent à la trajectoire et dirigé dans le sens du mouvement

$\vec{n}$: Normal à la trajectoire et dirigé vers l'intérieure de la concavité de la trajectoire

L'accélération dans la base de Frénet :

$$\overrightarrow{\mathbf{a_G}} = \mathbf{a_T}\,\overrightarrow{\mathbf{u}} + \mathbf{a_N}\,\overrightarrow{\mathbf{n}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{a_T} = \dfrac{\mathbf{dV}}{\mathbf{dt}} & : \text{accélération tangentielle} \\ \mathbf{a_N} = \dfrac{\mathbf{V^2}}{\boldsymbol{\rho}} & : \text{accélération normale} \end{cases}$$

Avec **ρ** le rayon de courbure de la trajectoire au point **M**

Remarque

Dans le cas où la trajectoire est circulaire on a : $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{R}$

5) Référentiels galiléens

Un référentiel galiléen est un référentiel dans lequel la première loi de Newton (principe d'inertie) est vérifiée

Remarque

Si **R** est un référentiel galiléen, tout référentiel **R'** en translation rectiligne uniforme par rapport à **R** est un référentiel galiléen

ii. Les lois de Newton

1) La 1ère loi de Newton (principe d'inertie)

Énonce : dans un référentiel galiléen lorsque un système est isolé ou pseudo-isolé alors son centre d'inertie est immobile ou animé d'un mouvement rectiligne uniforme : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \vec{V} = \overrightarrow{Cte} \\ \vec{V} = \vec{0} \end{cases}$

2) La 2ème loi de Newton (principe fondamentale de la dynamique)

Enoncé : dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures exercées sur un système est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$ $\quad m\,\overrightarrow{a_G} = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$

3) La 3ème loi de Newton (principe d'action et de réaction)

Enoncé : La force $\overrightarrow{F_{A/B}}$ exercée par un système **A** sur un système **B** et la force $\overrightarrow{F_{B/A}}$ exercée par le système **B** sur un système **A** ont les mêmes valeurs, mêmes directions et des sens opposés $\quad \overrightarrow{F_{B/A}} = -\overrightarrow{F_{A/B}}$

iii. Mouvement rectiligne uniformément varié

1) Définition

Le mouvement du centre d'inertie **G** d'un corps solide est rectiligne uniformément varié, si la trajectoire de **G** est rectiligne et le vecteur accélération est constante $\quad \overrightarrow{a_G} = \overrightarrow{cte}$

2) Les équations horaires du mouvement

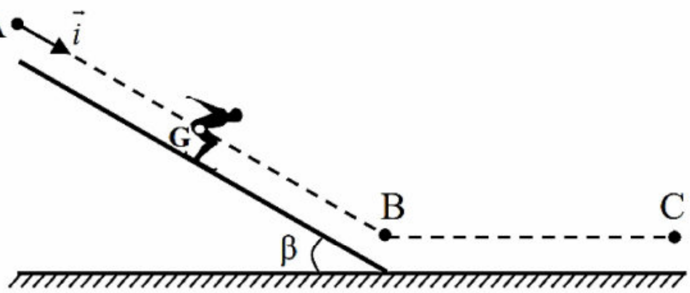
On considère un mouvement rectiligne uniformément varié : $\overrightarrow{a_G} = \overrightarrow{cte}$

On suppose que le mouvement s'effectue selon l'axe (Ox) : $\quad a_x = cte$

- L'équation horaire de la vitesse $V_x(t)$ est : $\quad V_x(t) = a_x.t + V_{x0}$
- L'équation horaire de l'abscisse $x(t)$ est : $\quad x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + V_{x0}t + x_0$

iv. Application

Un skieur de masse **m** et de centre d'inertie **G** part à $t_0 = 0$ au point **A** avec une vitesse initiale V_0.



Partie AB : les frottements sont négligeables

Le système étudie : (Le skieur)

- Les forces exercées :

Le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$

La réaction du plan $\vec{R}$

- On applique la 2éme loi de newton :

$$m\,\overrightarrow{a_G} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} \quad \Leftrightarrow \quad m\,\overrightarrow{a_G} = \vec{P} + \vec{R}$$

Par projection sur l'axe (Ox) : $\quad m\,a_x = m\,g\,\sin\beta + 0 \;\Leftrightarrow\;$ l'accélération : $\quad a_x = g\sin\beta$

L'équation horaire du mouvement est : $\quad x(t) = \frac{g\sin\beta}{2}\,t^2 + V_0 t + x_A$

Partie BC : le mouvement se fait avec frottement

Les frottements équivalents à une force horizontale d'intensité $f = R_T$ constante et de sens opposé au sens du mouvement

- Les forces exercées sur le skieur dans la partie BC

Le poids $\vec{P} = m\,\vec{g}$

La réaction du plan $\vec{R}$

- On applique la 2éme loi de newton $\quad m\,\overrightarrow{a_G} = \sum \overrightarrow{F_{ext}} \quad \Leftrightarrow \quad m\,\overrightarrow{a_G} = \vec{P} + \vec{R}$

Projection sur l'axe (Ox) : $\quad m\,a_x = 0 - f \quad \Leftrightarrow \quad$ l'accélération : $\quad a_x = -\frac{f}{m}$

- L'équation horaire du mouvement : $\quad x(t) = -\frac{f}{2m}\,t^2 + V_B t + x_B$