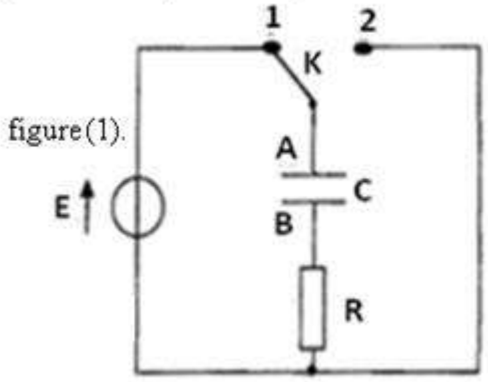
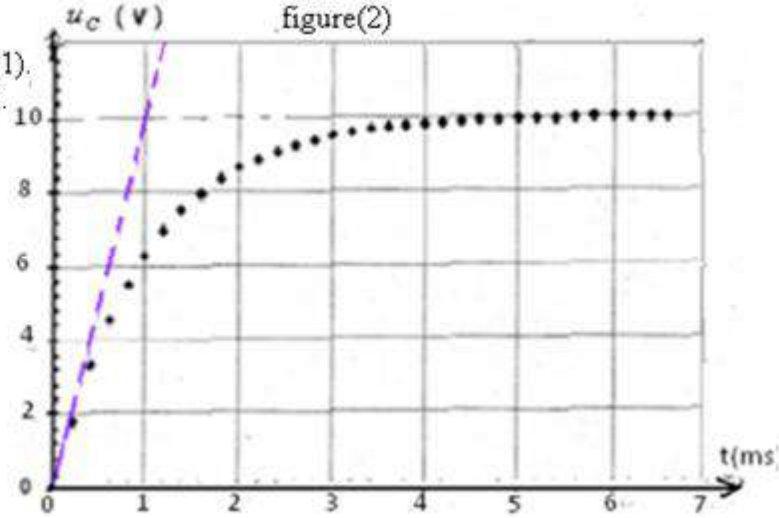
Exercice n° 1

On considère le montage représenté dans la figure(1).
On pose l'interrupteur à la position 1 à l'instant t=0.





On visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension u_c entre les bornes du condensateur et on obtient la figure (2).

1) 1-1- Recopier le circuit correspondant et préciser les connexions à faire pour visualiser à l'aide de l'oscilloscope la tension aux bornes du condensateur puis représenter les différentes tensions flèches et trouver la relation entre ces tensions.

1-2- Montrer que la courbe de la figure(2) présente deux régimes, quels sont-ils? Par quoi se caractérise chacun d'eux?

2) 2-1- Quel est le rôle du circuit lorsqu'on pose l'interrupteur K dans la position (1). Justifier votre réponse.

2-2-Quelle est la valeur de la force électromotrice E du générateur ?

2-3- Quelle est le signe de la charge de chaque armature du condensateur ? Justifier votre réponse.

2-4- Déterminer l'équation différentielle que vérifie la tension u_c entre les bornes du condensateur ? (on considère $\tau = RC$)

2-5-Par analyse dimensionnelle déterminer la dimension de τ .

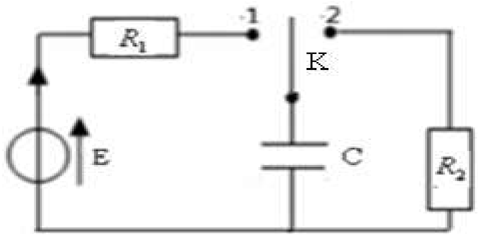
3) Sachant que $u_c = A(1-e^{-\alpha t})$ est solution de l'équation différentielle précédente, déterminer l'expression de A et celle de α.

4) Déterminer l'expression du courant électrique dans le circuit.

5) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ , puis déduire la valeur de la capacité C du condensateur .On donne : $R = 100\Omega$.

Exercice n° 2:

Pour réaliser la charge d'un condensateur de capacité C, on utilise le montage expérimental suivant composé d'un générateur de tension sa force électromotrice E=12V, d'un condensateur de capacité C et de deux conducteurs ohmiques
de résistances : $R_1 = 1k\Omega$ et R_2 inconnue.



1) Pour réaliser la charge du condensateur on pose l'interrupteur dans la position (1) à l'instant t=0.

1-1- Recopier le circuit correspondant à la fermeture de l'interrupteur K en position(1) puis représenter les différentes tensions flèches.

1-2- Déterminer l'équation différentielle que vérifie la tension u_c entre les bornes du condensateur ?

1-3-Sachant que $u_c = A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle précédente et déterminer l'expression de A et celle de τ , puis déduire l'expression de u_c dans le circuit de charge en fonction du temps.

1-4-On donne dans la courbe (1) la variation de u_c en fonction du temps.

a) Quels sont deux régimes que présente la courbe (1) ? Par quoi se caractérise chacun d'eux?

b) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ puis déduire la valeur de la capacité C.

2) Lorsque le condensateur est chargé on bascule l'interrupteur à la position (2) à un l'instant t=0.

2-1- Recopier le circuit correspondant à la fermeture de l'interrupteur K en position(2) puis représenter les différentes tensions flèches.

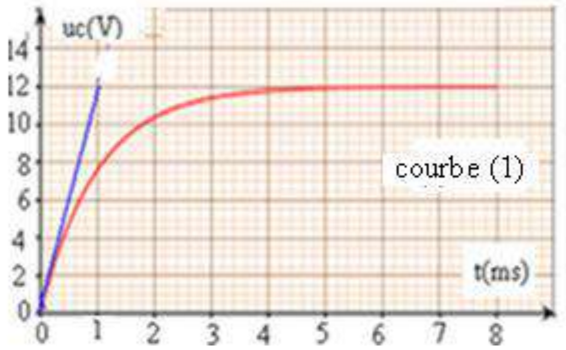
2-2- Déterminer l'équation différentielle que vérifie la tension u_c entre les bornes du condensateur ?

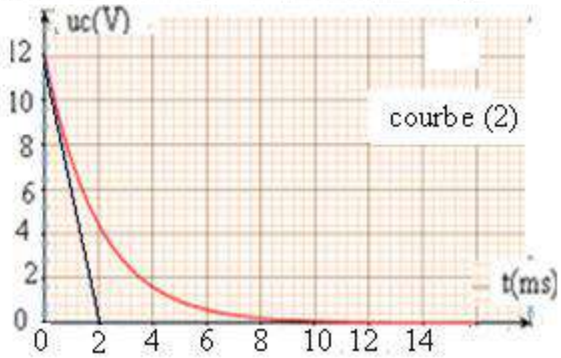
2-3-Sachant que $u_c = A'e^{-\frac{t}{\tau'}}$ est solution de l'équation différentielle précédente et déterminer l'expression de A' et celle de τ' , puis déduire l'expression de u_c dans le circuit de décharge en fonction du temps.

2-4- On donne dans la courbe (2) la variation de u_c en fonction du temps.

Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ' puis déduire la valeur de la résistance R_2.

2-4- Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$ durant la charge.





Exercice n°3:

1) Charge d'un condensateur par un générateur de courant:

Pour déterminer la capacité C d'un condensateur on utilise un générateur de courant qui débite un courant d'intensité constante I_o=0,5mA et on réalise le circuit suivant (figure1) .A l'aide d'un dispositif convenable on suit la variation de la tension du condensateur et on obtient la courbe représentée dans la (figure 2).

1) 1-1- En exploitant la courbe de la figure 2, déterminer l'expression de u_c en fonction du temps.

1-2) Monter que la capacité du condensateur C=10^{-3}F.

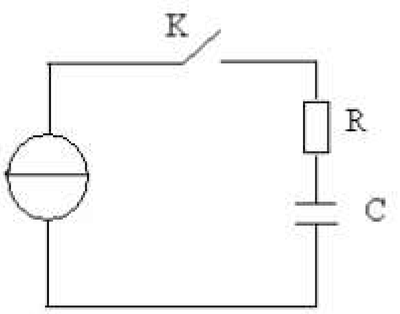


figure1

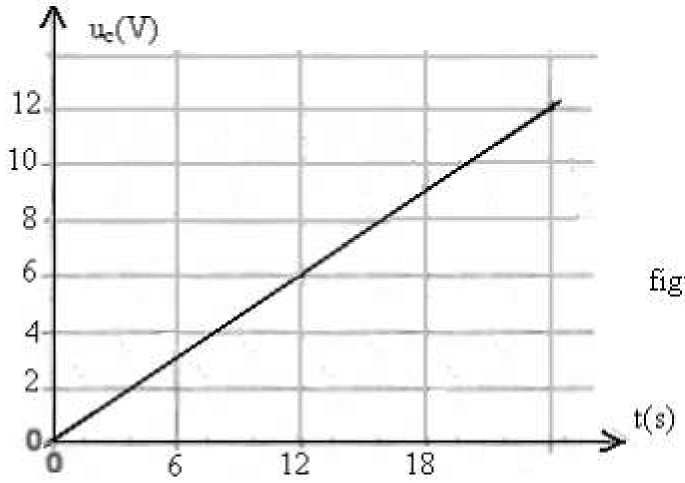


figure 2

2) Etude de la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension:

On considère le montage expérimental suivant:

On ferme l'interrupteur K à la position (1) à l'instant t=0.

On visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension aux bornes d'un condensateur et obtient la courbe de la figure(4).

2-1- Identifier sur la courbe (1) le régime transitoire et le régime permanent ? Par quoi se caractérise chacun d'eux?

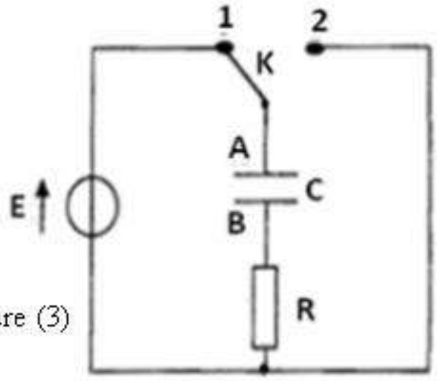


figure (3)

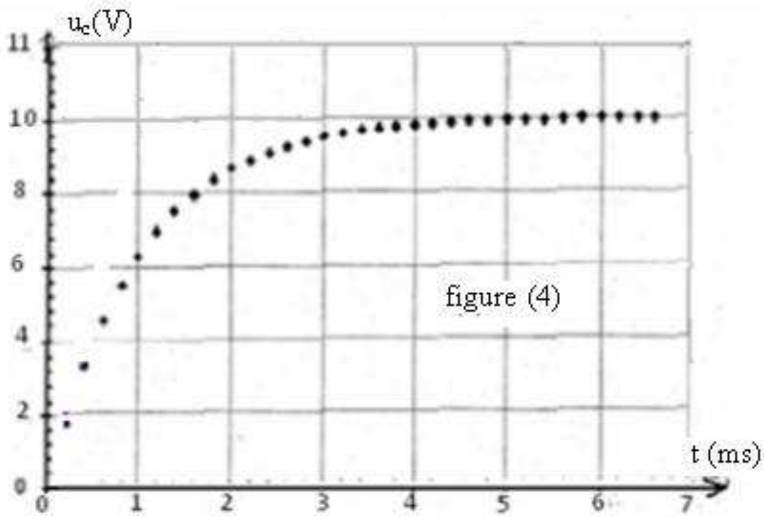


figure (4)

2-2- On pose $\tau = R.C$ .Déterminer l'équation différentielle que vérifie la tension u_c aux bornes du condensateur.

2-3- . En utilisant l'analyse dimensionnelle, montrer que la dimension τ est celle d'un temps.

2-4- Trouver la solution de l'équation différentielle précédente.

3) 3-1-Déterminer graphiquement la force électromotrice E du générateur et la valeur de τ puis déterminer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique sachant que $C = 1\mu F$.

3-2- Déterminer la valeur de la tension aux bornes du condensateur à l'instant $t = 0{,}25.\tau$ et à l'instant $t = 3ms$.

3-3-A quelle instant la tension aux bornes du condensateur : $u_c = 9V$.

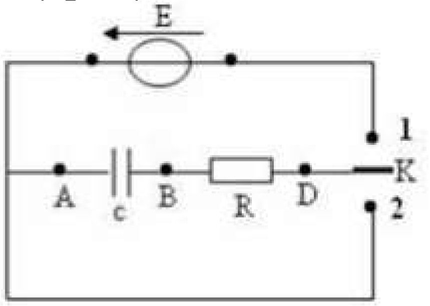
4) 4-1-Déterminer l'énergie emmagasinée dans le condensateur à la fin de la charge.

4-2- Déterminer l'énergie emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$ puis déduire le pourcentage de l'énergie emmagasinée dans le condensateur à cet l'instant.

Exercice n°4:

On considère le montage expérimental suivant (figure1). On donne : $R = 20k\Omega$

(figure1).



On pose l'interrupteur K dans la position (1) un temps suffisant pour que le condensateur soit chargé puis on le bascule à la position (2) à un instant t=0.

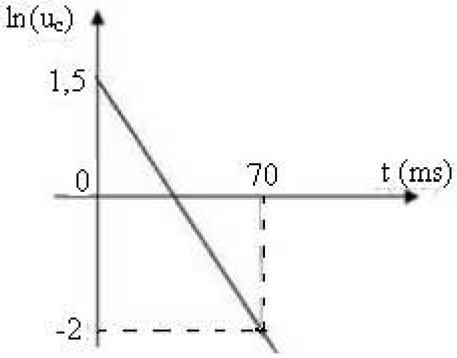
1) Recopier le circuit correspondant et représenter les tensions flèches entre les bornes des dipôles du circuit.

sécurit sous la forme suivante: $\alpha.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$

2-2- Que représente. α ? Quelle est son unité ?

2-3- Montrer que : $u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

3).La figure 2 correspond à la variation de: ln (u_c)=f(t).



3-1-Trouver l'expression de ln(u_c) en fonction du temps en utilisant : $u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

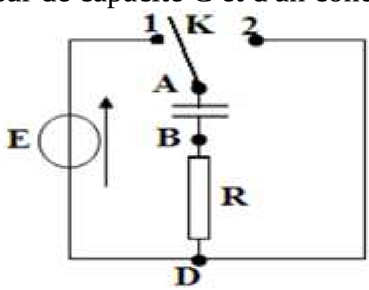
3-2- En exploitant la courbe exprimer ln (u_c) en fonction du temps. (Équation de la droite)

3-3-Déterminer la valeur de τ et celle de la force électromotrice E.

3-4- En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

Exercice n°5:

On considère le montage électrique représenté dans la figure suivante constitué d'un générateur de force électromotrice E=10V, d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R.



1) On pose l'interrupteur K à l'instant t=0 dans la position (1).

1-1- Recopier le circuit correspondant et déterminer l'équation différentielle que vérifie la tension u_c entre les bornes du condensateur (on pose $\tau = R.C$).

1-2- Sachant que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la $u_c = Ae^{-\alpha.t} + B$ avec: $A \neq 0$, déterminer les constantes A ,B et α forme puis donner l'expression de $u_c(t)$.

1-3- Sachant que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à la fin de la charge est : E_{emax}=5mJ déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.

1-4- On donne : $\tau = 10ms$, déduire la valeur de la résistance R.

1-5-A quelle instant la tension u_c aux bornes du condensateur devient 70% de sa valeur maximale?

2) Lorsque le condensateur est complètement chargé on bascule l'interrupteur à la position (2) à un instant qu'on considère égale à zéro t=0.

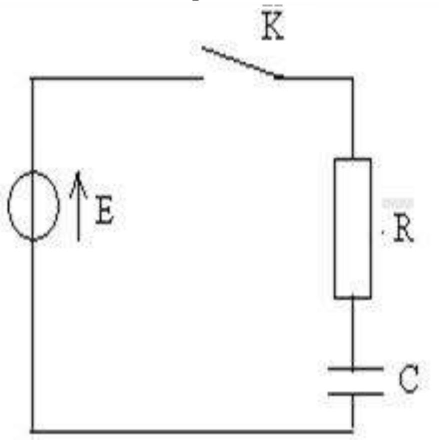
2-1- Recopier le circuit correspondant et déterminer l'équation différentielle que vérifie la charge q du condensateur.

2-2-Déterminer la solution de cette équation différentielle sachant qu'à t=0 la charge q pend la valeur: qo=C.E.

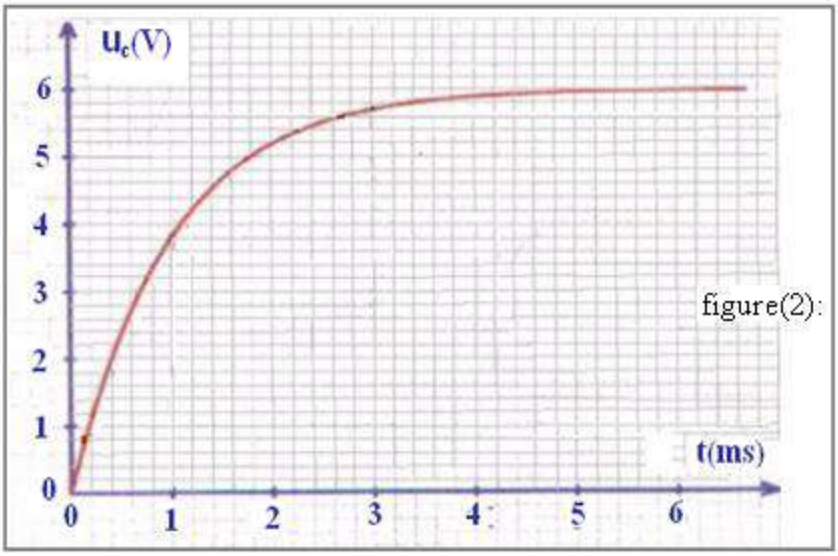
2-3-On considère que le condensateur est déchargé lorsque $q = \frac{q_o}{100}$ .Quelle est la valeur de la résistance R' qu'on doit utiliser pour que le condensateur soit déchargé durant une seconde.

Exercice nº6:

On considère le montage expérimental suivant (figure1) constitué d'un générateur de force électromotrice : E=6V , conducteur ohmique de résistance : $R = 1k\Omega$ d'un condensateur de capacité C et d'un interrupteur K.



(figure1)



figure(2):

On ferme l'interrupteur K à l'instant t=0 et on visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension u_c aux bornes du condensateur, on obtient la figure(2):

1) Représenter le circuit correspondant en indiquant le sens du courant et en représentant différentes les tensions flèches , et montrer comment doit être branché l'oscilloscope pour visualiser la tension u_c

2) Déterminer l'équation différentielle que vérifie la tension uc aux bornes du condensateur en posant $\tau = R.C$.

3) Vérifier que : $u_c = A(1 - e^{-\alpha t})$ est solution de l'équation différentielle précédente et trouver les expressions de α et A puis donner l'expression de u_c.

4) Soit $t_{1/2}$ l'instant auquel la tension u_c entre les bornes du condensateur soit égale à : $\frac{(u_c)_{max}}{2}$, montre que $t_{1/2} = \tau.\ln 2$.

5) Soient t_1 et t_2 successivement les instants auxquels la tension uc entre les bornes du condensateur sont égale à u_1 et u_2.

a) Donner l'expression de u_1 en fonction de E , t_1 et τ puis donner l'expression de u_2 en fonction de E , t_2 et τ.

b) Déterminer l'expression de la différence t_d=t_2-t_1 en fonction de : τ , E , u_1 et u_2, puis calculer la valeur de τ .On donne t_1=1ms et t_2=3ms.

c) Déduire la valeur de la capacité Cdu condensateur.

6) Déterminer graphiquement la valeur de la capacité C du condensateur et vérifier si la valeur trouvée correspond à celle trouvée précédemment.

Exercice nº7:

On réalise le montage expérimental représenté dans la figure (1) qui se compose des éléments suivants:

- Un générateur idéal de tension, sa force électromotrice E.
- Un conducteur ohmique de résistance . $R = 1k\Omega$
- Trois condensateurs initialement déchargés : C_1=2C_2= C_3 .
- Un interrupteur K.

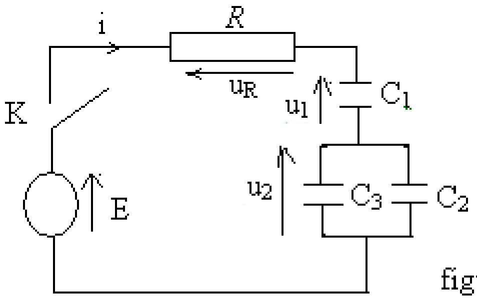


figure (1)

On ferme l'interrupteur K à l'instant t=0.

$u_2 = \frac{C_1}{C_2 + C_3}.u_1$. 1) Montrer que la relation qui lie u_1 et u_2 s'écrit sous la forme suivante :

2) Montrer que l'équation différentielle que vérifie la tension u_1 entre les bornes du condensateur C_1 s'écrit sous la

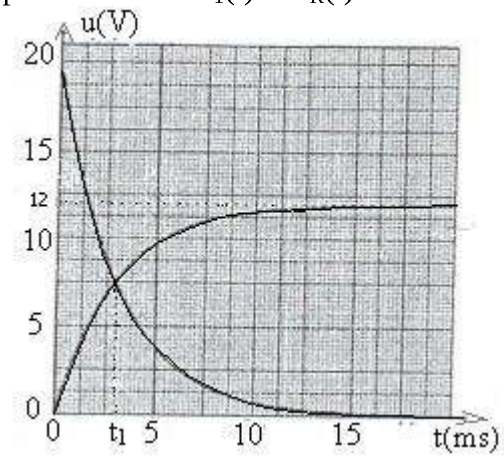
$u_1 + \frac{3.R.C_1}{5}.\frac{du_1}{dt} = \frac{3}{5}.E$ forme suivante:

$.u_1(t) = A.(1 - e^{-\lambda.t})$ 3) L a solution de l'équation différentielle précédente s'écrit sous la forme :

en fonction des paramètres du circuit puis donner la signification physique de A. λ Déterminer A et

4) Montrer que la tension aux bornes du conducteur ohmique s'écrit sous la forme : $.u_R = E.e^{-\lambda.t}$

5) On visualise à l'aide d'un oscilloscope les tensions $u_1(t)$ et $u_R(t)$ et on obtient la courbe de la figure (2) .



5-1-Déterminer graphiquement A et E.

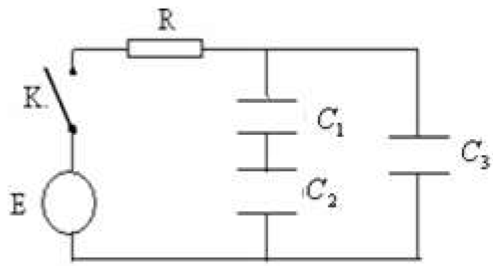
$.t_1 = \tau.\ln\frac{8}{3}$ 5-2-Montrer que l'instant où se coupent les deux courbes vérifie :

Puis en déduire les valeurs de C_1, C_2 et C_3. τ 5-3- Sachant que : t_1= 2,9425ms .Calculer la valeur de

Exercice n°8:

Le circuit suivant se compose des éléments suivants:

- Un générateur idéal G de tension, sa force électromotrice E=6V.
- Un conducteur ohmique de résistance R.
- Trois condensateurs de capacités :$C_2 = 2\mu F$, $C_3 = 3,8\mu F$ et C_1 inconnue.
- Un interrupteur K.



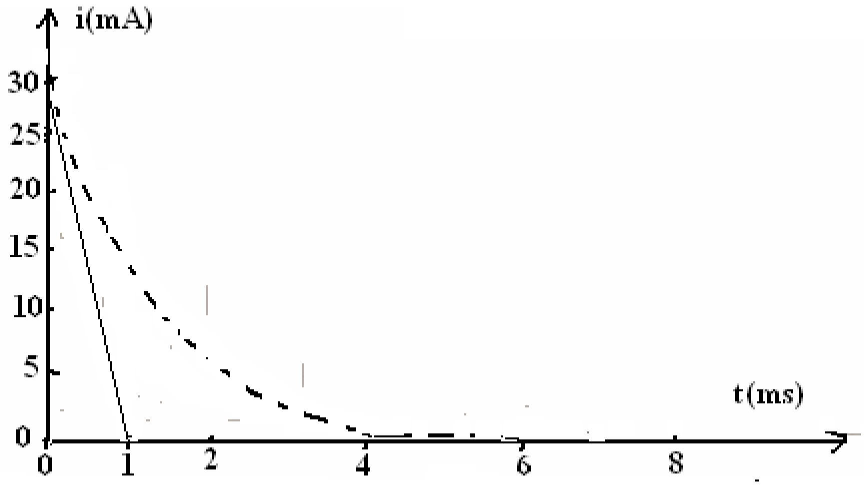
1) Déterminer l'expression de la capacité C_e du condensateur équivalent à l'association de ces trois condensateurs C_1, C_2 et C_3.

2) A l'instant choisi comme origine des dates t=0 on ferme l'interrupteur K

2-1- Montrer que l'intensité du courant dans le circuit vérifie l'équation différentielle suivante : $\tau.\frac{di}{dt} + i = 0$,

puis déterminer l'expression de τ .

2-2- La courbe suivante représente la variation de i en fonction du temps.



et l'intensité initiale I_o du courant. τ a) Déterminer les valeurs de

b) Déterminer la valeur de R et de C. En déduire la valeur de C_1.

3) Déterminer la valeur de l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur C_1 en régime permanent.

Exercice n°9:

On réalise le montage représenté sur **la figure 4** qui constitue par :

- Générateur idéal de tension de f.e.m **E**
- Conducteur ohmique de résistance **R**
- Trois condensateurs initialement déchargés des capacités $\mathbf{C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C = 100\mu F}$
- Interrupteur **K**

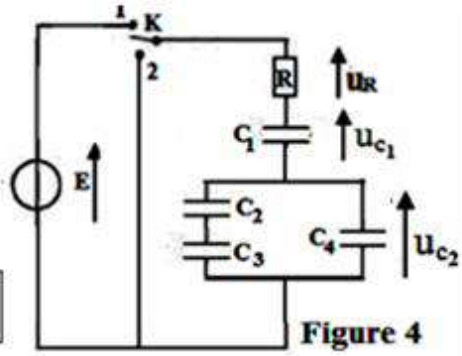


Figure 4

On ferme l'interrupteur à t=0

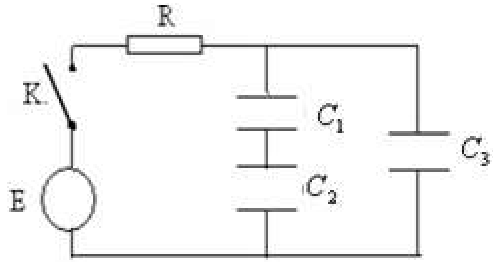
1-Montrer que la relation qui lie les tensions u_{C1} et u_{C2} est : $\boxed{u_{c2} = \frac{2}{3} u_{c1}}$

2- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique s'écrit sous la forme : $\boxed{u_R + \frac{5}{3RC}\frac{du_R}{dt} = 0}$

3. La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $u_R = A.e^{-\lambda.t}$, déterminer **A** et **λ** en fonction de **E** , **R** et **C** .

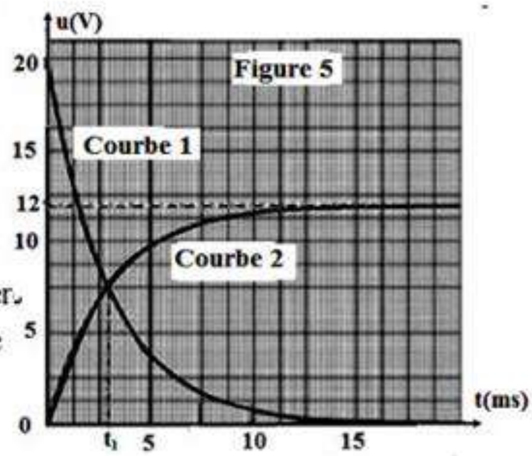
Le circuit suivant se compose des éléments suivants:

- Un générateur idéal G de tension, sa force électromotrice E=6V.
- Un conducteur ohmique de résistance R.
- Trois condensateurs de capacités : $C_2 = 2\mu F$, $C_3 = 3,8\mu F$ et C_1 inconnue.
- Un interrupteur K.



4- Montrer que l'expression de u_{C1} est $\boxed{u_{C1} = \frac{3}{5}E.(1 - e^{-\lambda t})}$ et déduire l'expression de u_{C2}

5- On visualise à l'aide d'un oscilloscope la courbe qui représente la variation de la tension u_R et la courbe qui représente la variation de l'une des tensions u_{C1} ou u_{C2} **(figure5)**



5-1 **Quelle** est la courbe qui représente la tension u_R justifier .

5-2 **Déterminer** la valeur de (f.e.m) E .

5-3 **Quelle** tension u_{C1} ou u_{C2} représentée par l'autre courbe justifier.

5-4 **Montrer** que l'instant t_1 de l'intersection de deux courbes vérifie

la relation : $\boxed{t_1 = \frac{3RC}{5}\ln(\frac{8}{3})}$

5-5 sachant que $\mathbf{t_1 = 2{,}9425ms}$ calculer la valeur de **R** .

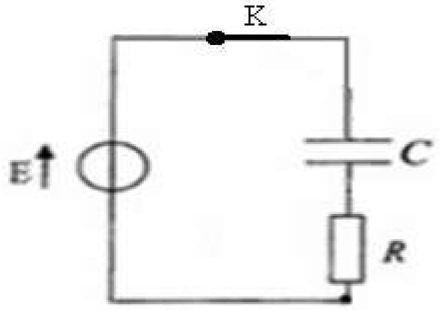
6- **Calculer** en régime permanent la valeur de tension aux bornes de chaque condensateur .

7- **Déduire** l'expression de l'énergie E_{eT} la somme des 'énergies emmagasinées dans les condensateurs en régime permanent .

8- **Sachant** que l'énergie fournie par le générateur est $\boxed{E_g = \frac{3}{5}C.E^2}$ calculer le rendement du circuit $\boxed{\rho = \frac{E_{eT}}{E_g}}$

Exercice n°10:

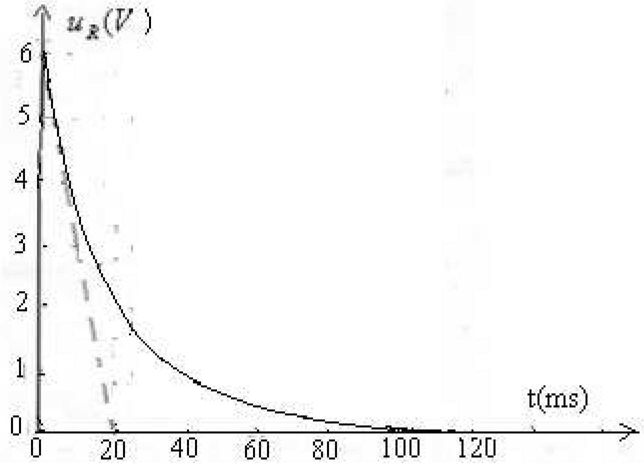
Pour déterminer la capacité d'un condensateur on réalise le montage expérimental suivant :



Le condensateur est initialement déchargé. et : E=6V On donne / $R = 100\Omega$

1) Recopier le circuit correspondant et préciser les connexions à faire pour visualiser à l'aide de l'oscilloscope la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique puis représenter les différentes tensions flèches.

2) A l'instant t=0 on ferme l'interrupteur et on visualise la tension u_R voir courbe (1).



Déterminer l'équation différentielle que vérifie la tension u_R .

3) La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme: , En utilisant l'équation différentielle $u_R(t) = A.e^{-\alpha t}$ et la condition initiale $u_R(0)$=E, déterminer l'expression de A et celle de α .

4) En utilisant l'équation différentielle montrer que: $\left(\dfrac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{-E}{R.C}$

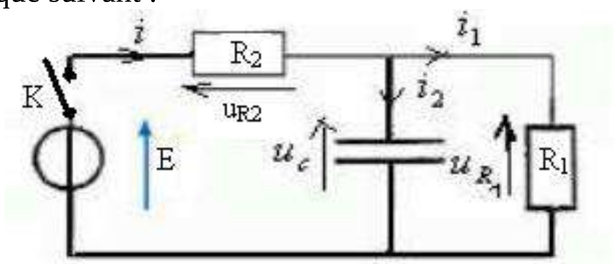
5) a) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $u_R(t)$ à l'instant t=0 en fonction de : E, R, C et τ

b) Montrer que cette tangente se coupe avec l'axe des temps à $t = \tau$.

6) Déduire la valeur de C.

Exercice n°11:

On considère le montage électrique suivant :



A l'instant t=0 on ferme l'interrupteur K.

1) Monter que l'équation différentielle que vérifie la tension uc aux bornes du condensateur s'écrit : $u_c = \alpha.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = \beta$.

2) A partir de l'expression de l'équation différentielle précédente déterminer l'expression de : α et de β en fonction de : R_1 , R_2 , E et C.

3) En utilisant l'analyse dimensionnelle déterminer l'unité de α .

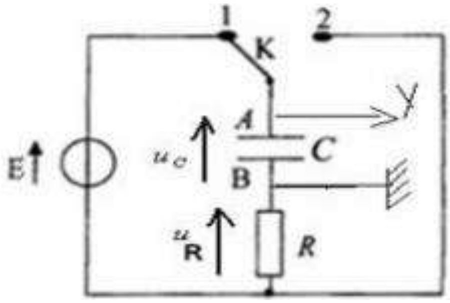
4) Sachant que la solution de l'équation différentielle précédente s'écrit sous la forme : $u_c = A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ .Déterminer . τ l'expression de : A et de :

5) Déduire l'expression de la tension u_c en régime permanent.

6) Donner l'expression de i_1 intensité du courant qui passe dans le conducteur ohmique R_1 en régime permanent.

Correction de l'exercice n°1:

1) 1-1-



$u_R + u_C = E$

1-2- La courbe de la figure(2) présente deux régimes:

-Un régime transitoire au cour duquel la tension u_c varie de 0 à 10V.

-Un régime permanent au cour duquel la tension u_c devient constante u_c=10V.

2)2-1- Le rôle du circuit lorsqu'on pose l'interrupteur K dans la position (1) est la charge condensateur car le circuit de charge comporte un générateur.

2-2- E=10V

2-3-La charge de l'armature A est positive et celle de l'armature B est négative .Car grâce à l'existence du diélectrique entre les armatures du condensateur les électrons s'accumulent sur l'armature B et l'armature A perd la même charge électrique reçue par l'armature B et cette dernière se charge positivement.

2-4- $u_R + u_c = E \Rightarrow Ri + u_c = E$ avec: $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow R.\frac{dq}{dt} + u_c = E$ et on a : q=.C.u_c $\Rightarrow$

$R.\frac{d(C.u_c)}{dt} + u_c = E \Rightarrow R.C\frac{d.u_c}{dt} + u_c = E$ en posant : $\tau = RC$ l'équation différentielle est: : $\boxed{\tau.\frac{d.u_c}{dt} + u_c = E}$

2-5-

L'analyse dimensionnelle conduit à : $[\tau] = [R] \times [C]$

on a: $u_R = Ri \Rightarrow R = \frac{u_R}{i}$ donc: $[R] = [U][I]^{-1}$

et on a: $\begin{cases} q = I.t \\ q = c\ u_c \end{cases} \Rightarrow I.t = C\ u_c \Rightarrow C = \frac{I.t}{u_c}$ donc: $[C] = [I][t][U]^{-1}$

La constante de temps : $\tau = RC$ donc: $[\tau] = [R].[C] = [U].[I]^{-1}.[I].[t].[U]^{-1} = [t]$

3) On a : $u_c = A(1 - e^{-\alpha.t}) \Rightarrow u_c = A - Ae^{-\alpha.t}$ donc: $\frac{du_c}{dt} = A\alpha.e^{-\alpha.t}$

En remplaçant dans l'équation différentielle précédente on a: $\tau.A.\alpha.e^{-\alpha t} + A - Ae^{-\alpha t} = E \Rightarrow$

$Ae^{-\alpha.t}(\tau..\alpha - 1) + A = E \Rightarrow \begin{cases} \tau.\alpha - 1 = 0 \\ A = E \end{cases}$ d'où: $\alpha = \frac{1}{\tau}$ et : A=E.

La solution de l'équation différentielle devient : $u_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

4) <u>Expression du courant électrique dans le circuit.</u>

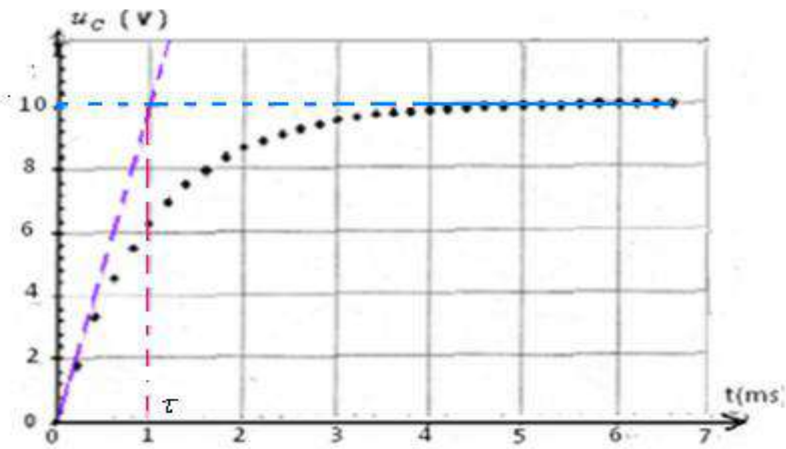
D'après la loi d'additivité des tension dans le circuit on a:

$u_R + u_c = E$ donc: $Ri + u_c = E \Rightarrow Ri = E - u_c \Rightarrow Ri = E - E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ d'où : $i = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

<u>Autre méthode</u>:

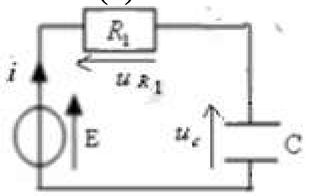
$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_c)}{dt} = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d\left[E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\right]}{dt} = C\left[\frac{E}{\tau}\right]e^{-\frac{t}{\tau}} = C\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

5) Graphiquement : $\tau = 1ms$ et : $C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-3}}{100} = 10^{-5}F$



Correction de l'exercice n°2:

1) 1-1-Lorsqu'on pose l'interrupteur dans la position (1) à l'instant t=0.



1-2- D'après la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_{R1} + u_c = E \Rightarrow R_1 i + u_c = E \quad \text{avec:} \quad i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow R_1.\frac{dq}{dt} + u_c = E \quad \text{et on a : } q = C.u_c \Rightarrow$$

$$R_1 \frac{d(C.u_c)}{dt} + u_c = E \Rightarrow \quad \text{l'équation différentielle est: } \boxed{R_1 C \frac{d.u_c}{dt} + u_c = E}$$

1-3- $u_c = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = A - A.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = \frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$, en remplaçant dans l'équation différentielle précédente :

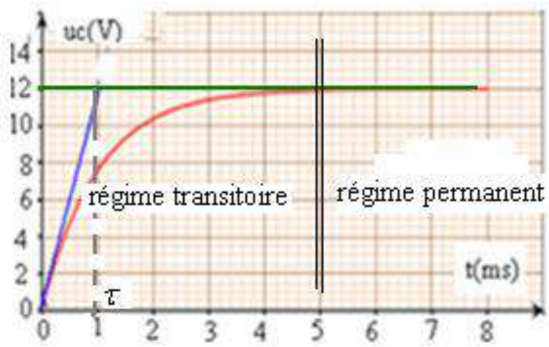
$$R_1.C.\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + A - A.e^{-\frac{t}{\tau}} = E \Rightarrow Ae^{-\frac{t}{\tau}}(\frac{R_1.C}{\tau}.-1) + A - = E \quad \text{d'où: } \begin{cases} \frac{R_1.C}{\tau} - 1 = 0 \\ A = E \end{cases} \text{donc: } \tau = R_1.C \text{ et: } A=E$$

L'expression de la tension aux bornes du condensateur devient : $u_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

1-4- a) Les deux régimes que présente la courbe (1) sont:

-Un régime transitoire au cour duquel la tension u_c varie de 0 à 12V.

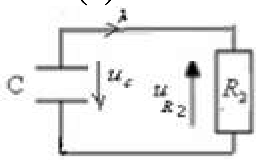
-Un régime permanent à la cour duquel la tension u_c devient constante u_c=12V.



b) Graphiquement la valeur de la constante de temps $\tau = 1ms$

On a: $\tau = R_1.C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R_1} = \frac{10^{-3}}{10^3} = 10^{-6} F$

2) 2-1- Lorsqu'on bascule l'interrupteur à la position (2) à un l'instant t=0 .



2-2- On a : $u_{R2} = -u_c \Rightarrow u_{R2} + u_c = 0$ donc: $R_2.i + u_c = 0 \Rightarrow R_2.\frac{dq}{dt} + u_c = 0$ avec: $q = C.u_c \Rightarrow$

$$R_2.\frac{d(C.u_c)}{dt} + u_c = 0 \Rightarrow \quad \text{L'équation différentielle : } R_2.C\frac{d.u_c}{dt} + u_c = 0$$

2-3 - $u_c = A'e^{-\frac{t}{\tau'}} \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = -\frac{A'}{\tau'}.e^{-\frac{t}{\tau'}}$ En remplaçant dans l'équation différentielle précédente $-\frac{R_2.C.A'}{\tau'}.e^{-\frac{t}{\tau'}} + A'.e^{-\frac{t}{\tau'}} = 0$

$\Rightarrow \quad A'e^{-\frac{t}{\tau'}}(1-\frac{R_2.C}{\tau'}) = 0$ donc : $1-\frac{R_2.C}{\tau'} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau' = R_2.C}$

La solution devient : $u_c = A'e^{-\frac{t}{R.C}}$ Pour déterminer A on utilise les conditions initiales, on a à t=0, u_c=E

Donc : $E = A'e^0$ (avec e_0=1) $\Rightarrow$ $A' = E$ d'où: $\boxed{u_c = E.e^{-\frac{t}{R2.C}}}$

2-4- Graphiquement on obtient : $\tau' = 2ms$ et : $\tau' = R_2.C \Rightarrow R_2 = \frac{\tau'}{C} = \frac{2.10^{-3}}{10^{-6}} = 2.10^3\,\Omega = 2k\Omega$

2-5- Durant <u>la charge</u> on a: $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ Donc à l'instant $t = \tau$: $u_c(\tau) = E(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E(1-e^{-1})$

L'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$ est:

$$\xi_e = \frac{1}{2}.C.u_{c(\tau)}{}^2 = \frac{1}{2}C\left[E(1-e^{-1})\right]^2 = \frac{1}{2}.10^{-6}\left[12(1-e^{-1})\right]^2 \approx 2{,}9.10^{-5}\,J$$

<u>Correction de l'exercice n°3:</u>

1) 1-1-La courbe qui représente la variation de u_c en fonction du temps dans la figure (2) est une fonction linéaire. Donc : $u_c = k.t$ avec :k coefficient directeur de la droite qui représente la variation de u_c en fonction du temps.

$k = \frac{\Delta u_c}{\Delta t} = \frac{6-0}{12-0} = 0{,}5V/s$ donc: $u_c = 0{,}5.t$

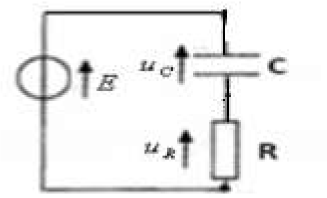
1-2- $C = \frac{q}{u_c} = \frac{I_0.t}{k.t} = \frac{I_0}{k}$ <u>A.N</u>: $C = \frac{0{,}5.10^{-3}}{0{,}5} = 10^{-3}F$

---

2) 2-1- Durant le régime transitoire la tension u_c varie de 0 à 5V.

Durant le régime permanent la tension u_c devient constante u_c=10V.

2-2-En appliquant la loi d'additivité de la tension on a $u_R + u_C = E \Rightarrow Ri + u_C = E$ donc: $R.\frac{dq}{dt} + u_C = E$



$\Rightarrow \quad R.\frac{d(C.u_c)}{dt} + u_C = E \quad \Rightarrow \quad R.C\frac{d.u_c}{dt} + u_C = E$ avec: $\tau = R.C$ d'où l'équation différentielle que vérifie la tension u_c: $\boxed{\tau.\frac{d.u_c}{dt} + u_C = E}$

2-3-

L'analyse dimensionnelle conduit à : $[\tau] = [R]\times[C]$

on a: $u_R = Ri \Rightarrow R = \frac{u_R}{i}$ donc: $[R] = [U][I]^{-1}$

et on a: $\begin{cases} q = I.t \\ q = c\,u_c \end{cases} \Rightarrow I.t = C\,u_c \Rightarrow C = \frac{I.t}{u_c}$ donc: $[C] = [I][t][U]^{-1}$

La constante de temps : $\tau = R.C$ donc: $[\tau] = [R].[C] = [U].[I]^{-1}.[I].[t].[U]^{-1} = [t]$

2-4- La solution de l'équation différentielle: $\tau.\frac{du_c}{dt}+u_C = E$ s'écrit sous la forme : $\underline{u_c = Ae^{-\alpha.t}+B}$ avec: $A \neq 0$

donc : $\frac{du_c}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha.t}$ en remplaçant dans l'équation différentielle précédente on a: $-\tau.\alpha.A.e^{-\alpha t}+A.e^{-\alpha t}+B = E$

$\Rightarrow \quad Ae^{-\alpha.t}(1-\tau.\alpha)+B = E \quad \Rightarrow \quad \begin{cases}1-\tau.\alpha = 0\\ B = E\end{cases}$ d'où: $\alpha = \frac{1}{\tau}$ et : B=E donc: $\underline{u_c = Ae^{-\frac{t}{\tau}}+E}$

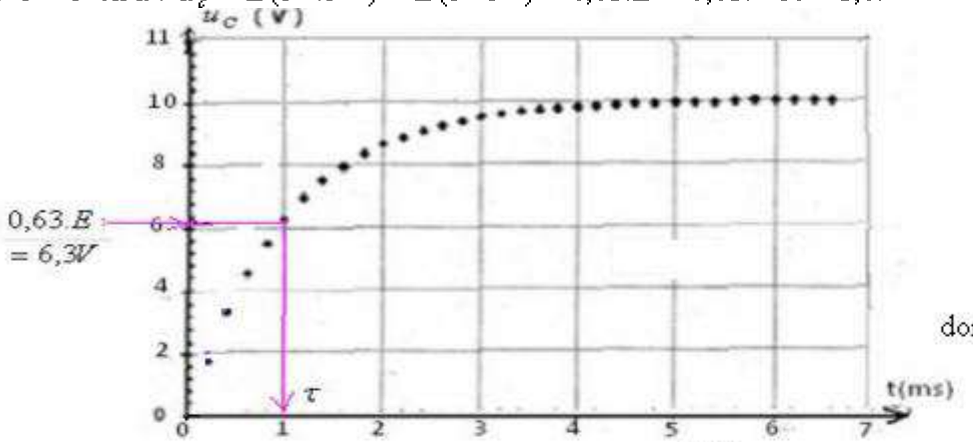
Pour déterminer A on utilise la condition initiale suivante : $u_c=0$ à $t=0$ donc : $0 = A.e^{0}+E$ or $e^{0} = 1$ donc A=-E

Donc la solution de l'équation différentielle est : $u_c = -E.e^{-\frac{t}{\tau}}+E \quad \Rightarrow \quad u_c = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

3) 3-1-Graphiquement : E=10V

: τ Détermination de

A l'instant $t = \tau$ on a : $u_c = E(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E(1-e^{-1}) = 0{,}63.E = 0{,}63\times 10 = 3{,}6V$



$2V \rightarrow 1div$

$6{,}3V \rightarrow xdiv$

$x = 3{,}15div$

donc : $\tau = 1ms$

$\tau = R.C \quad \Rightarrow \quad R = \frac{\tau}{C} = \frac{10^{-3}}{10^{-6}} = 10^{3}\Omega = 1k\Omega$

3-2-

à l'instant $t = 0{,}25.\tau$ $\quad u_c = E(1-e^{-\frac{0{,}25.\tau}{\tau}}) = 10.(1-e^{-0{,}25}) \approx 2{,}2V$

à l'instant $t = 3ms$. $\quad u_c = E(1-e^{-\frac{3}{\tau}}) = 10(1-e^{-3}) = 9{,}56V$

$.u_c = 9V$ 3-3-L' instant auquel la tension aux bornes du condensateur:

On a: $u_c = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \Rightarrow \quad \frac{u_c}{E} = 1-e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{t}{\tau}} = 1-\frac{u_c}{E} \quad \Rightarrow \quad -\frac{t}{\tau} = \ln\left(1-\frac{u_c}{E}\right)$ donc: $t = -\tau.\ln\left(1-\frac{u_c}{E}\right)$

A.N: $\quad t = -10^{-3}\ln\left(1-\frac{9}{10}\right) \approx 2{,}3.10^{-3}s = 2{,}3ms$

4) 4-1-L'énergie emmagasinée dans le condensateur à la fin de la charge.

$E_e = \frac{1}{2}.C.E^2 = \frac{1}{2}\times 10^{-6}\times 10^{2} = 5.10^{-5}J$. A.N: $(E_e)_{max} = 5.10^{-5}J$

C'est l'énergie maximale emmagasinée dans le condensateur.

4-2- à l'instant $t = \tau$: $u_c = E(1-e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = 10(1-e^{-1}) \quad \Rightarrow \quad u_c^2 = [10(1-e^{-1})]^2$

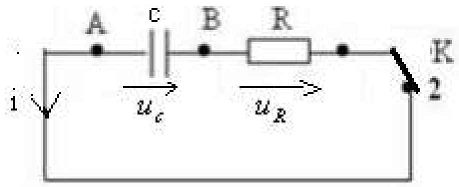
L'énergie emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$

$$E_e = \frac{1}{2}.c.u_c^{\ 2} = \frac{1}{2}.10^{-6}\times[10(1-e^{-1})]^2 \approx 2.10^{-5}J$$

Le pourcentage de l'énergie emmagasinée dans le condensateur à cet l'instant. $p = \frac{E_{e(t=\tau)}}{E_{e\max}} = \frac{2.10^{-5}}{5.10^{-5}} = 0{,}4 = 40\%$

Correction de l'exercice n°4:

1)



2)2-1- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a : $u_R + u_c = 0 \Rightarrow Ri + u_c = 0 \Rightarrow R.\frac{dq}{dt} + u_c = 0$

$\Rightarrow R.\frac{d(C.u_c)}{dt} + u_c = 0$ d'où: $RC\frac{d.u_c}{dt} + u_c = 0$, elle est de la forme: $\alpha.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \Rightarrow \alpha = RC$

2-2- On sait que $\tau = RC \Rightarrow \alpha = \tau$ donc: α : représente la constante de temps.

2-3- Montrons que : $u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

$u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{du_c}{dt} = -\frac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R.C}.e^{-\frac{t}{\tau}}$, en remplaçant dans l'équation différentielle précédente on a :

$-\frac{\cancel{R.C}.E}{\cancel{R.C}}e^{-\frac{t}{\tau}} + E.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow 0 = 0$

Donc: $u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

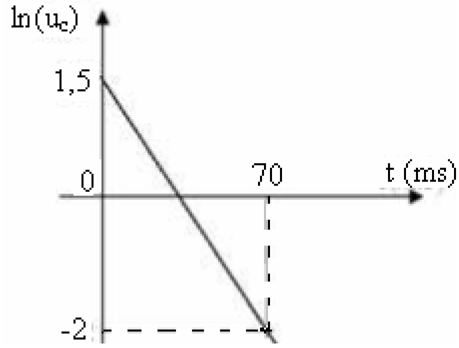
3)3-1- on a $u_c = E.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln u_c = \ln(E.e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow \ln u_c = \ln E + \ln e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln u_c = \ln E - \frac{t}{\tau}$ d'où: $\boxed{\ln u_c = -\frac{1}{\tau} \times t + \ln E}$

3-2- La courbe : ln (u_c)=f(t) est une fonction affine

de la forme : ln(u_c) = a.t + b

avec b=1,5 et $a = \frac{\Delta \ln u_c}{\Delta t} = \frac{1{,}5-(-2)}{0-70.10^{-3}} = -50$

donc : $\boxed{\ln u_c = -50.t + 1{,}5}$



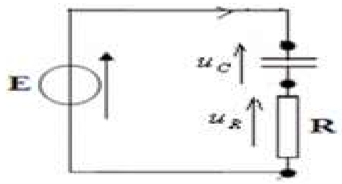
3-3- On a : $\begin{cases} \ln u_c = -\frac{1}{\tau} \times t + \ln E \\ \ln u_c = -50.t + 1{,}5 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\tau} = 50$ et $\ln E = 1{,}5$ d'où: $\tau = 0{,}02s$ et : $E = e^{1{,}5} \approx 4{,}5V$

3-4- On a : $\tau = R.C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{0{,}02}{20.10^3} = 10^{-6}F = 1\mu F$

Correction de l'exercice n°5:

1)

1-1-



loi d'additivité des tensions :

$u_R + u_C = E$

$u_R + u_c = E \Rightarrow Ri + u_c = E$ avec: $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow R.\frac{dq}{dt} + u_c = E$ et on a : q=C.u_c $\Rightarrow$

$R.\frac{d(C.u_c)}{dt} + u_c = E \Rightarrow R.C\frac{d.u_c}{dt} + u_c = E$ en posant : $\tau = RC$ l'équation différentielle est: : $\boxed{\tau.\frac{d.u_c}{dt} + u_c = E}$

1-2- La solution de l'équation différentielle: $\tau.\frac{du_c}{dt}+u_C=E$ s'écrit sous la forme : $u_c = Ae^{-\alpha.t}+B$ avec: $A\neq 0$

donc : $\frac{du_c}{dt}=-\alpha.A.e^{-\alpha.t}$ en remplaçant dans l'équation différentielle précédente on a: $-\tau.\alpha.A.e^{-\alpha t}+A.e^{-\alpha t}+B=E$

$\Rightarrow \quad Ae^{-\alpha.t}(1-\tau.\alpha)+B=E \quad \Rightarrow \quad \begin{cases}1-\tau.\alpha=0\\ B=E\end{cases}$ d'où: $\alpha=\frac{1}{\tau}$ et : B=E donc: $u_c = Ae^{-\frac{t}{\tau}}+E$

Pour déterminer A on utilise la condition initiale suivante : u_c=0 à t=0 donc : $0=A.e^0+E$ or $.e^0=1$ donc A=-E

Donc la solution de l'équation différentielle est : $u_c=-E.e^{-\frac{t}{\tau}}+E \quad \Rightarrow \quad u_c=E(1-.e^{-\frac{t}{\tau}})$

1-3- L'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur: $E_e=\frac{1}{2}.C.u_c^{\ 2}$ et à la fin de la charge u_c=E

L'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à la fin de la charge est : $E_{e\max}=\frac{1}{2}.C.E^2 \quad \Rightarrow \quad C=\frac{2.E_{e\max}}{E^2}$

A.N: $\quad C=\frac{2\times 5.10^{-3}}{10^2}=10^{-4}F$

1-4- $R=\frac{\tau}{C}=\frac{10.10^{-3}}{10^{-4}}=100\Omega$

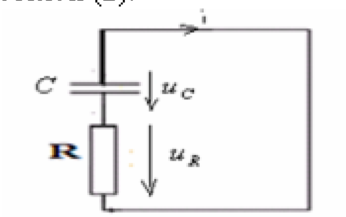
1-5- La tension u_c aux bornes du condensateur devient 70% de sa valeur maximale $\Rightarrow u_c=\frac{70.E}{100}=0,7E$

Donc on a : $\begin{cases}u_c=0,7.E\\ u_c=E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\end{cases} \quad \Rightarrow \quad 0,7.E=E.(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow 0,7=(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ donc: $e^{-\frac{t}{\tau}}=0,3$ d'où: $-\frac{t}{\tau}=\ln 0,3$

$\Rightarrow \quad t=-\tau.\ln 0,3 \qquad$ A.N: $\quad t=-10.10^{-3}.\ln 0,3=0,012s=12ms$.

---

2) 2-1- Lorsqu'on bascule l'interrupteur à la position (2).



On a: $u_R+u_c=0 \quad \Rightarrow \quad Ri+\frac{q}{C}=0 \quad \Rightarrow \quad R.\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$ en multipliant le tout par C : $\quad R.C\frac{dq}{dt}+q=0$ avec: $\tau=R.C$

donc: $\tau.\frac{dq}{dt}+q=0$ c'est l'équation différentielle que vérifie la charge q du condensateur.

2-2- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $q=A.e^{-\alpha.t}+B$ avec : $A\neq 0$ donc:

$\frac{dq}{dt}=-\alpha.A.e^{-\alpha.t}$. En remplaçant dans l'équation différentielle : $-\alpha..\tau.A.e^{-\alpha.t}+A.e^{-\alpha.t}+B=0 \quad \Rightarrow$

$Ae^{-\alpha.t}(1-\alpha..\tau.)+B=0$ donc: $1-\alpha..\tau.=0$ d'où : $\alpha=\frac{1}{\tau}$ e B=0 et la solution devient: $q=A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ (2) pour déterminer la constante A on utilise la condition initiale à t=0 , q_0=C.E donc en remplaçant dans (2) : $C.E=Ae^0$ avec: $.e^0=1$

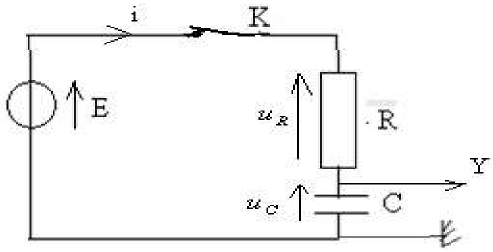
$\Rightarrow \quad A=C.E$ d'où la solution : $q=CE.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec: $q_o=CE.$

2-3- $\quad q=\frac{q_o}{100} \quad \Rightarrow \quad \frac{q_o}{100}=CE.e^{-\frac{t}{\tau'}} \quad \Rightarrow \quad \frac{CE}{100}=CE.e^{-\frac{t}{\tau'}} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{100}=e^{-\frac{t}{\tau'}}$ donc: $\ln\left(\frac{1}{100}\right)=\ln e^{-\frac{t}{\tau'}}$

$\Rightarrow \quad -\ln 100=-\frac{t}{\tau'} \qquad \Rightarrow \quad t=\tau'.\ln 100 \quad \Rightarrow \quad t=R'.C\ln 100$ d'où: $R'=\frac{t}{C.\ln 100}=\frac{1}{10^{-4}\ln 100}\approx 2171,5\Omega$

Correction de l'exercice n°6:

1)



2) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a:

$$u_R + u_c = E \quad \Rightarrow \quad Ri + u_c = E \quad \text{avec:} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad R.\frac{dq}{dt} + u_c = E \quad \text{et on a : } q=C.u_c \quad \Rightarrow$$

$$R.\frac{d(C.u_c)}{dt} + u_c = E \Rightarrow RC\frac{d.u_c}{dt} + u_c = E \quad \text{en posant : } \tau = RC \text{ l'équation différentielle est : } \boxed{\tau.\frac{d.u_c}{dt} + u_c = E}$$

3) On a : $u_c = A(1 - e^{-\alpha.t}) \quad \Rightarrow \quad u_c = A - Ae^{-\alpha.t}$ donc: $\dfrac{du_c}{dt} = A\alpha e^{-\alpha.t}$

En remplaçant dans l'équation différentielle précédente on a: $\tau.A.\alpha e^{-\alpha t} + A - Ae^{-\alpha t} = E \quad \Rightarrow$

$$Ae^{-\alpha.t}(\tau.\alpha - 1) + A = E \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \tau.\alpha - 1 = 0 \\ A = E \end{cases} \quad \text{d'où:} \quad \alpha = \frac{1}{\tau} \quad \text{et : A=E.}$$

La solution de l'équation différentielle devient : $u_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

4) On a $(u_c)_{max}$=E or à t=t $_{1/2}$ on a : $E(1-e^{-\frac{t1/2}{\tau}}) = \dfrac{(u_c)_{max}}{2} \Rightarrow E(1-e^{-\frac{t1/2}{\tau}}) = \dfrac{E}{2} \Rightarrow (1-e^{-\frac{t1/2}{\tau}}) = \dfrac{1}{2}$

$$\Rightarrow \quad e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}} = \frac{1}{2} \quad \text{donc: } -\frac{t_{1/2}}{\tau} = \ln\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad -\frac{t_{1/2}}{\tau} = -\ln 2 \quad \text{d'où:} \quad t_{1/2} = \tau.\ln 2$$

5) a) On a: $u_1 = E(1-e^{-\frac{t1}{\tau}})$ et : $u_2 = E(1-e^{-\frac{t2}{\tau}})$

b) $u_1 = E(1-e^{-\frac{t1}{\tau}}) \Rightarrow \dfrac{u_1}{E} = 1 - e^{-\frac{t1}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{t1}{\tau}} = 1 - \dfrac{u_1}{E}$, donc: $-\dfrac{t_1}{\tau} = \ln\left(1 - \dfrac{u_1}{E}\right) \Rightarrow t_1 = -\tau.\ln\left(\dfrac{E-u_1}{E}\right)$

et on a : $u_2 = E(1-e^{-\frac{t2}{\tau}})$, de la même manière on trouve : $t_2 = -\tau.\ln\left(\dfrac{E-u_2}{E}\right)$

$$t_d = t_2 - t_1 = \tau\left(\ln(\frac{E}{E-u_2}) - \ln(\frac{E}{E-u_1})\right) = \tau\ln\left[\frac{E/(E-u_2)}{E/(E-u_1)}\right] = \tau\ln\left[\frac{1/(E-u_2)}{1/(E-u_1)}\right] = \tau\ln\left[\frac{E-u_1}{E-u_2}\right]$$

$$\tau = \frac{t_d}{\ln\left[\frac{E-u_1}{E-u_2}\right]} = \frac{2.10^{-3}}{\ln\left[\frac{6-3,8}{6-5,7}\right]} = 10^{-3}s = 1ms$$

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-3}}{10^3} = 10^{-6}F = 1\mu F$$

c) on a : $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

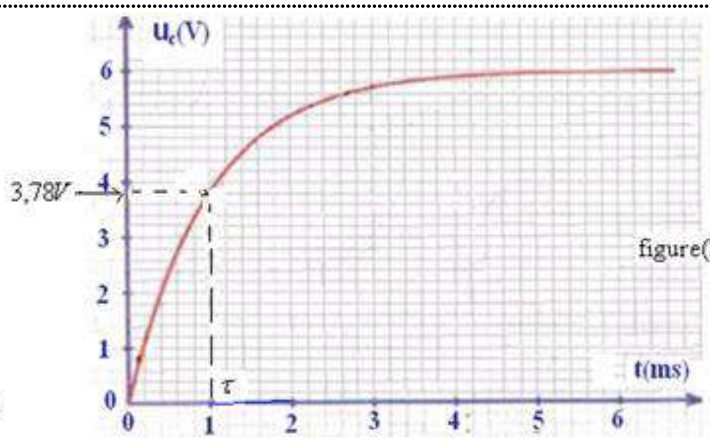
à $t = \tau$ $u_c(\tau) = E(1-e^{-1}) = 0,63E = 0,63\times 6 = 3,78V$

qui correspond graphiquement à $t = 1ms$ qui est la vale

de la constante de temps donc : $\tau = 1ms$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{\tau}{R} = \frac{10^{-3}}{10^3}10^{-6}F$$

Donc la valeur trouvée correspond à celle trouvée précédemment.



figure(2)

- Correction de l'exercice n°7:

1) Or C_1 et C' sont en série (C' étant l'équivalent à C_1 et C_2 qui sont montés en parallèles). Donc ils portent la même charge.

$q' = q_1$ avec: $q_1 = q_2 + q_3 \Rightarrow C_1.u_1 = C_2.u_2 + C_3.u_3$ (et on a $u_2 = u_3$) d'où: $\boxed{u_2 = \dfrac{C_1}{C_2 + C_3}.u_1}$

2) Selon la loi d'additivité des tensions on a: $u_1 + u_2 + u_R = E$

$\left(\text{on a : } u_R = R.i \text{ et: } q_1 = C_1.u_1 \text{ donc } i = C_1.\dfrac{du_1}{dt} \text{ et on a : } u_2 = \dfrac{C_1}{C_2 + C_3}.u_1 \right)$ donc:

$$u_1 + \frac{C_1}{C_2 + C_3}u_1 + R.C_1\frac{du_1}{dt} = E \Rightarrow u_1.(1 + \frac{C_1}{C_2 + C_3}) + R.C_1\frac{du_1}{dt} = E \text{ donc: } R.C_1\frac{du_1}{dt} + \frac{C_1 + C_2 + C_3}{C_2 + C_3}.u_1 = E \quad \text{(a)}$$

$\left(\text{On a : } C_1 = 2C_2 = C_3 \text{ donc } C_1 + C_2 + C_3 = C_1 + \dfrac{C_1}{2} + C_1 = \dfrac{5.C_1}{2} \text{ et } C_2 + C_3 = \dfrac{C_1}{2} + C_1 = \dfrac{3.C_1}{2} \right)$

(a) devient: $R.C_1\dfrac{du_1}{dt} + \dfrac{\dfrac{5.\cancel{C_1}}{\cancel{2}}}{\dfrac{3.\cancel{C_1}}{\cancel{2}}}.u_1 = E \Rightarrow R.C_1\dfrac{du_1}{dt} + \dfrac{5}{3}.u_1 = E$ d'où: $\boxed{\dfrac{3.R.C_1}{5}.\dfrac{du_1}{dt} + u_1 = \dfrac{3}{5}.E}$

3) $u_1(t) = A.(1 - e^{-\lambda.t}) \Rightarrow u_1(t) = A - A.e^{-\lambda.t}$ donc: $\dfrac{du_1(t)}{dt} = A.\lambda.e^{-\lambda.t}$

En remplaçant dans l'équation différentielle : $\dfrac{3}{5}.A.R.C_1.\lambda.e^{-\lambda.t} + A - A.e^{-\lambda.t} = \dfrac{3}{5}.E \Rightarrow$

$A.e^{-\lambda.t}\left(\dfrac{3}{5}.R.C_1.\lambda - 1\right) + A = \dfrac{3}{5}.E \Rightarrow \dfrac{3}{5}.R.C_1.\lambda - 1 = 0$ et: $\boxed{A = \dfrac{3}{5}.E}$ donc: $\boxed{\lambda = \dfrac{5}{3.R.C_1}}$

Signification physique de A:

Dans l'équation différentielle : $u_1 + \dfrac{3.R.C_1}{5}.\dfrac{du_1}{dt} = \dfrac{3}{5}.E$ en régime permanent : $u_1 = (u_1)_{max}$ et: $\dfrac{du_1}{dt} = 0$

Donc: $(u_1)_{max} = \dfrac{3}{5}.E \Rightarrow$ A représente $(u_1)_{max}$.

4) $u_R = R.i$ $\left(\text{on a : } u_R = R.i \text{ et: } q_1 = C_1.u_1 \text{ donc : } i = C_1.\dfrac{du_1}{dt} \right) \Rightarrow u_R = R.C_1.\dfrac{du_1}{dt}$

$u_1(t) = A.(1 - e^{-\lambda.t}) \Rightarrow u_1(t) = A - A.e^{-\lambda.t}$ donc: $\dfrac{du_1(t)}{dt} = A.\lambda.e^{-\lambda.t}$

donc: $u_R = R.C_1.A.\lambda.e^{-\lambda.t}$ avec: $\boxed{\lambda = \dfrac{5}{3.R.C_1}}$ et: $\boxed{A = \dfrac{3}{5}.E} \Rightarrow u_R = \cancel{R.C_1}.\dfrac{\cancel{3}.E}{\cancel{5}}.\dfrac{\cancel{5}}{\cancel{3}.\cancel{R.C_1}}.e^{-\lambda.t} = E.e^{-\lambda.t}$

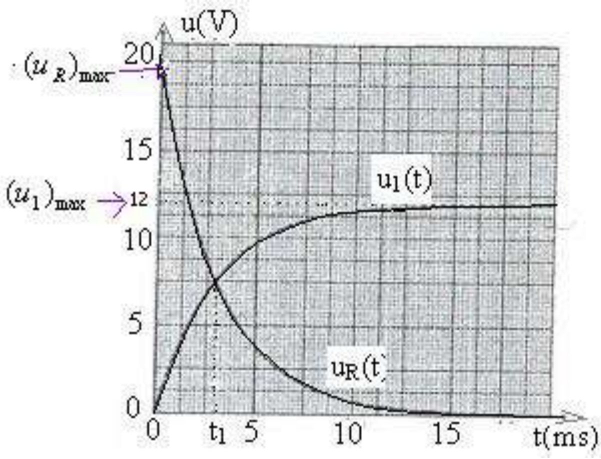
5) 5-1- Dans l'équation différentielle : $u_1 + \dfrac{3.R.C_1}{5}.\dfrac{du_1}{dt} = \dfrac{3}{5}.E$ en régime permanent $u_1 = (u_1)_{max}$ donc: $\dfrac{du_1}{dt} = 0$

L'équation devient: $(u_1)_{max} = \dfrac{3}{5}.E$

Graphiquement :

$(u_1)_{max} = A = \dfrac{3}{5}.E = 12V \Rightarrow (u_1)_{max} = \dfrac{3}{5}.E = \dfrac{5 \times 12}{3} = 20V$

Autrement on a: $u_R = E.e^{-\lambda.t} \Rightarrow (u_R)_{max} = E = 20V$



. 5-2-L'instant où se coupent les deux courbes vérifie :

$$u_R(t_1) = u_1(t_1) \quad \Rightarrow \quad E.e^{-\lambda t1} = \frac{3}{5}.E.(1-e^{-\lambda.t1}) \Rightarrow \quad e^{-\lambda t1} = \frac{3}{5}.(1-e^{-\lambda.t1}) \quad \Rightarrow e^{-\lambda t1}(1+\frac{3}{5}) = \frac{3}{5} \quad \Rightarrow 8.e^{-\lambda t1} = 3$$

$$-\lambda.t_1 = \ln\frac{3}{8} \quad \Rightarrow \quad \frac{t_1}{\tau} = \ln\frac{8}{3} \quad \text{d'où:} \quad t_1 = \tau.\ln\frac{8}{3}$$

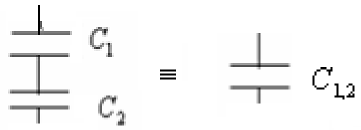
5-3- $t_1 = 2{,}9425$ms donc: $\tau = \dfrac{t_1}{\ln\frac{8}{3}} = \dfrac{2{,}8425}{\ln\frac{8}{3}} \approx 3ms$.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{3.R.C_1}{5} \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{5.\tau}{3.R} = \frac{5\times 3.10^{-3}}{3.10^{3}} \approx 5\mu F$$

$$C_2 = \frac{C_1}{2} = 2{,}5\mu F \qquad C_3 = C_1 = 5\mu F$$

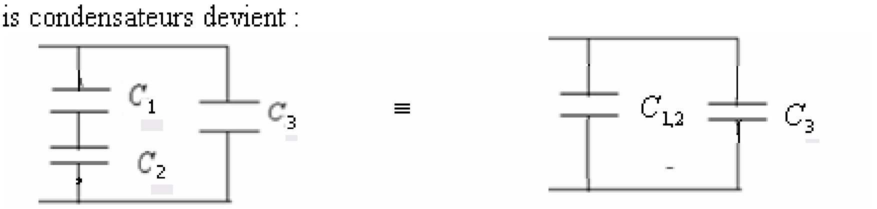
Correction de l'exercice n°8:

Soit $C_{1,2}$ la capacité du condensateur équivalent à C_1 et C_2 qui sont montés en série.



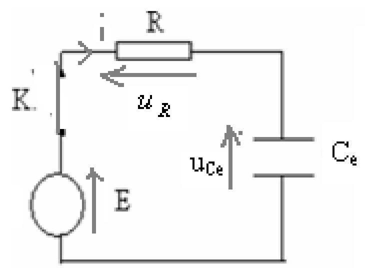
$$\frac{1}{C_{1,2}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{C_{1,2}} = \frac{C_1+C_2}{C_1.C_2} \quad \text{d'où:} \quad C_{1,2} = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$$

Donc l'association des trois condensateurs devient :



C_e la capacité du condensateur équivalent à l'association des trois condensateurs est : $C_e = C_{1,2} + C_3$ donc: $C_e = \dfrac{C_1.C_2}{C_1+C_2} + C_3$

2) 2-1- Le circuit équivalent devient:



On a : $u_R + u_{Ce} = E \quad \Rightarrow \quad R.i + \dfrac{q}{C_e} = E$ par dérivation globale de cette relation on obtient : $R.\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C_e}.i = 0$

car: $i = \dfrac{dq}{dt}$ et en multipliant le tout par C_e, la relation précédente devient : $R.C_e\dfrac{di}{dt} + i = 0$ qui est de la forme

$\tau\dfrac{di}{dt} + i = 0 \quad \Rightarrow \quad \tau = R.C_e$

2-2- a) Graphiquement : $\tau = 1ms$ et: I_o=30mA

b) on a : $I_o = \dfrac{E}{R} \quad \Rightarrow R = \dfrac{E}{I_o} = \dfrac{6}{30.10^{-3}} = 200\Omega$

On a : $\tau = R.C_e \quad \Rightarrow \quad C_e = \dfrac{\tau}{R.} = \dfrac{10^{-3}}{200} = 5.10^{-6}\,F = 5\mu F$

Et on: $C_e = \dfrac{C_1.C_2}{C_1 + C_2} + C_3 \Rightarrow C_e - C_3 = \dfrac{C_1.C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow \dfrac{C_1 + C_2}{C_1.C_2} = \dfrac{1}{C_e - C_3}$ d'où : $\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} = \dfrac{1}{C_e - C_3} \Rightarrow$

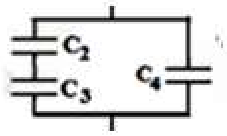
$\dfrac{1}{C_1} = \dfrac{1}{C_e - C_3} - \dfrac{1}{C_2}$ donc: $C_1 = \dfrac{1}{\dfrac{1}{C_e - C_3} - \dfrac{1}{C_2}}$ A.N: $C_1 = \dfrac{1}{\dfrac{1}{5-3,8} - \dfrac{1}{2}} = 3\mu F$

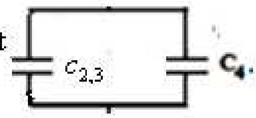
---

3) L'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur C_1 en régime permanent.

$E_e = \dfrac{1}{2}.C_1.E^2$ A.N: $E_e = \dfrac{1}{2}.3.10^{-6} \times 6^2 = 5{,}4.10^{-5}\,J$

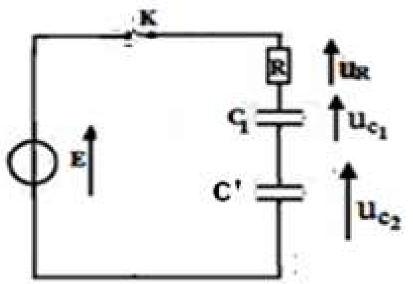
Correction de l'exercice n°9:

1) Soit c' la capacité du condensateur équivalent au circuit suivant : 

c_2 et c_3 sont en série donc : $\dfrac{1}{c_{2,3}} = \dfrac{1}{c_2} + \dfrac{1}{c_3} \Rightarrow$ La capacité équivalente est: $c_{2,3} = \dfrac{c_2.c_3}{c_2 + c_3}$ Le circuit précédent devient alors 

Or $c_{2,3}$ et c_4 sont montées en parallèle $c' = c_{23} + c_4 = \dfrac{c_2.c_3}{c_2 + c_3} + c_4$ Or: $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c$ donc: $c' = \dfrac{c^2}{2.c} + c = \dfrac{3c^2}{2.c} = \dfrac{3c}{2}$

Le circuit global devient alors :



$c' = \dfrac{3c}{2}$

$c_1 = c$

La charge du condensateur c_1 : $q_1 = c_1.u_{c1}$

La charge du condensateur c' : $q' = c'u_{c2}$

Or les condensateurs montés en série portent la même charge : $q_1 = q'_1 \quad \Rightarrow \quad c_1.u_{c1} = c'u_{c2}$: avec: $c_1 = c$, $c' = \dfrac{3c}{2}$

$\Rightarrow c \times u_{c1} = \dfrac{3.c}{2}u_{c2} \Rightarrow \quad u_{c1} = \dfrac{3}{2}u_{c2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_{c2} = \dfrac{2}{3}.u_{c1}}$

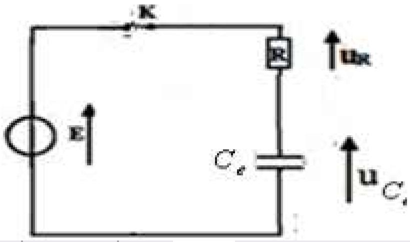
---

2) En remplaçant les condensateurs du circuit par le condensateur équivalent de capacité C_e telle que :

$\dfrac{1}{C_e} = \dfrac{1}{c_1} + \dfrac{1}{c'} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{C_e} = \dfrac{1}{c} + \dfrac{2}{3c} = \dfrac{5}{3c} \quad \Rightarrow \quad \boxed{C_e = \dfrac{3c}{5}}$

Le circuit global devient:

Le circuit global devient:



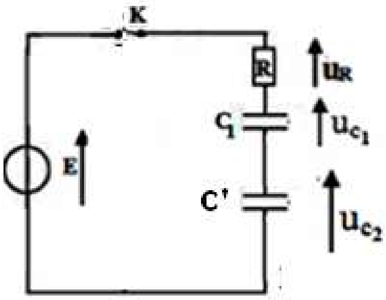
Loi d'additivité des tensions : $u_R + u_{Ce} = E \Rightarrow u_R + \frac{q}{C_e} = E \Rightarrow u_R + \frac{5}{3c}.q = E$

Par dérivation du tout on obtient : $\frac{du_R}{dt} + \frac{5}{3c}.\frac{dq}{dt} = 0$ avec: $\frac{dq}{dt} = i$ donc: $\frac{du_R}{dt} + \frac{5}{3c}.i = 0$

$u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$ donc: $\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{5}{3c.R}.u_R = 0}$

Autre méthode:

Le circuit global est de la forme suivante:



On a : $\boxed{c' = \frac{3c}{2}}$ et : $\boxed{u_{c2} = \frac{2}{3}.u_{c1}}$

$\boxed{c_1 = c}$

Loi d'additivité des tensions : $u_R + u_{c1} + u_{c2} = E$

$u_R + u_{c1} + \frac{2}{3}u_{c1} = E \Rightarrow u_R + u_{c1}(1 + \frac{2}{3}) = E \Rightarrow u_R + \frac{5}{3}u_{c1} = E \Rightarrow u_R + \frac{5}{3}\frac{q}{c_1} = E \underset{c_1 = c}{\Rightarrow} u_R + \frac{5}{3}\frac{q}{c} = E$

Par dérivation du tout on obtient :

$\frac{du_R}{dt} + \frac{5}{3c}\frac{dq}{dt} = 0$ avec: $\frac{dq}{dt} = i$ donc: $\frac{du_R}{dt} + \frac{5}{3c}i = 0$

$u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$ donc: $\boxed{\frac{du_R}{dt} + \frac{5}{3c.R}.u_R = 0}$

---

3) $\boxed{u_R = A.e^{-\lambda t}} \Rightarrow \frac{du_R}{dt} = -\lambda.A.e^{-\lambda t}$

En remplaçant dans l'équation différentielle précédente on a :

$-\lambda.A.e^{-\lambda t} + \frac{5}{3.R.c}.A.e^{-\lambda t} = 0 \Rightarrow A.e^{-\lambda t}(\frac{5}{3.R.c} - \lambda) = 0 \Rightarrow \frac{5}{3.R.c} - \lambda = 0$ donc: $\boxed{\lambda = \frac{5}{3.R.c}}$

D'après la relation : $u_R + u_{ce} = E$

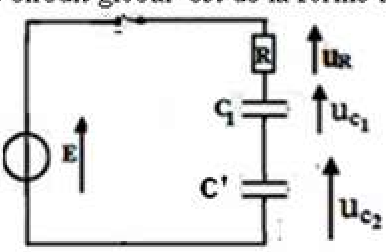
à t=o on a : u_{ce}=0 car les condensateurs sont initialement déchargés donc : à t=0 u_R=E

En remplaçant dans la solution de l'équation différentielle à t=0 : $E = A.e^0 \Rightarrow \boxed{A = E}$

Donc la solution devient : $u_R = E.e^{-\frac{5}{3.R.c}.t}$

---

4) Le circuit global est de la forme suivante:



On a : $\boxed{c' = \frac{3c}{2}}$ et : $\boxed{u_{c2} = \frac{2}{3}.u_{c1}}$

$\boxed{c_1 = c}$

Loi d'additivité des tensions : $u_R + u_{c1} + u_{c2} = E$

$u_R + u_{c1} + \frac{2}{3}u_{c1} = E \Rightarrow u_R + u_{c1}(1 + \frac{2}{3}) = E \Rightarrow u_R + \frac{5}{3}u_{c1} = E$

$\Rightarrow u_{c1} = \frac{3}{5}(E - u_R) \Rightarrow u_{c1} = \frac{3}{5}(E - E.e^{-\lambda t}) = \frac{3}{5}E(1 - e^{-\lambda t})$

l'expression de u_{c2} :

Loi d'additivité des tensions : $u_R + u_{c1} + u_{c2} = E$

$$u_{c2} = E - u_{c1} - u_R = E - \frac{3}{5}E(1-e^{-\lambda.t}) - E.e^{-\lambda.t} = E - \frac{3}{5}E + \frac{3}{5}Ee^{-\lambda.t} - E.e^{-\lambda.t} = \frac{2}{5}E + E.e^{-\lambda.t}(\frac{3}{5}-1)$$

$$= \frac{2}{5}E - \frac{2}{5}E.e^{-\lambda.t} = \frac{2}{5}E(1-e^{-\lambda.t})$$

5)5-1- C'est la courbe (1) qui représente u_R car à t=0 u_R=E différent de zéro.

5-2- E=20V

5-3-d'après leurs expressions :

$$u_{c1} = \frac{3}{5}E(1-e^{-\lambda t}) \Rightarrow (u_{c2})_{max} = \frac{3}{5}E = \frac{3}{5}\times 20 = 12V \qquad u_{c2} = \frac{2}{5}E(1-e^{-\lambda t}) \Rightarrow (u_{c2})_{max} = \frac{2}{5}E = \frac{2}{5}\times 20 = 8V$$

Donc la courbe (2) représente la tension u_{c1}.

5-4- Lorsque les deux courbes u_R et u_{c1} on a:

$$E.e^{-\lambda t1} = \frac{3}{5}E(1-e^{-\lambda t1}) \Rightarrow E.e^{-\lambda.t1} = \frac{3}{5}E - \frac{3}{5}Ee^{-\lambda t1} \Rightarrow E.e^{-\lambda t1}(1+\frac{3}{5}) = \frac{3}{5}E \Rightarrow \frac{8}{5}E.e^{-\lambda t1} = \frac{3}{5}E$$

$$\Rightarrow 8.e^{-\lambda.t1} = 3 \Rightarrow e^{-\lambda.t1} = \frac{3}{8} \Rightarrow -\lambda\, t_1 = \ln\frac{3}{8} \quad \text{avec: } \boxed{\lambda = \frac{5}{3.R.c}}$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{3.R.c}t_1 = \ln\frac{3}{8} \Rightarrow \frac{5}{3.R.c}t_1 = \ln\frac{8}{3} \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{3.R.c}{5}\ln\frac{8}{3}}$$

5-5- $$t_1 = \frac{3.R.C}{5}\ln\frac{8}{3} \Rightarrow R = \frac{5.t_1}{3C\ln\frac{8}{3}} = \frac{5.\times 2{,}9425.10^{-3}}{3.\times 10^{-4}.\ln\frac{8}{3}} = 50\Omega$$

6) $$u_{c1} = \frac{3}{5}E(1-e^{-\lambda t}) \Rightarrow (u_{c2})_{max} = \frac{3}{5}E = \frac{3}{5}\times 20 = 12V$$

$$u_{c2} = \frac{2}{5}E(1-e^{-\lambda t}) \Rightarrow (u_{c2})_{max} = \frac{2}{5}E = \frac{2}{5}\times 20 = 8V$$

7- l'expression de l'énergie E_{cT} la somme des 'énergies emmagasinées dans les condensateurs en régime permanent.

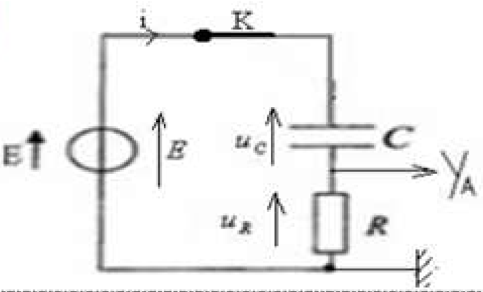
$$E_{CT} = \frac{1}{2.}C_e.E^2 = \frac{1}{2}\times\frac{3.C}{5}\times E^2 = \frac{3.C}{10}.E^2 = \frac{3\times 10^{-4}}{10}\times 20^2 = 12.10^{-3}J$$

<u>Le rendement du circuit est:</u>

$$\rho = \frac{E_{CT}}{Ee} = \frac{\frac{3.C}{10}.E^2}{\frac{3.C}{5}.E^2} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{10} = 0{,}5 = 50\%$$

Correction de l'exercice n°10:

1)



2) D'après la loi d'additivité des tensions on a: $u_R + u_C = E \Rightarrow u_R + \frac{q}{C} = E$. Par dérivation elle devient :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C}i = 0 \text{ or: } u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_R}{R} \text{ donc: } \frac{du_R}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{u_R}{R} = 0$$

. En multipliant le tout par RC elle devient : $RC.\frac{du_R}{dt} + u_R = 0$ C'est l'équation différentielle que vérifie la tension u_R.

3) La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme: $u_R(t) = A.e^{-\alpha t}$ donc: $\dfrac{du_R(t)}{dt} = -\alpha.A.e^{-\alpha.t}$ En remplaçant dans l'équation différentielle précédente on a: $-\alpha.A.R.C..e^{-\alpha t} + A.e^{-\alpha t} = 0 \quad \Rightarrow A.e^{-\alpha t}(1-\alpha.R.C) = 0$ d'où:

$1-\alpha.R.C = 0$ (car $A \neq 0$) $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha = \dfrac{1}{R.C}}$. La solution devient : $u_R(t) = A.e^{-\frac{t}{RC}}$

Pour déterminer A ,on utilise la condition initiale suivante : $u_R(0)=E$ donc: $E = A.e^0 \Rightarrow \boxed{A = E} \Rightarrow$ la solution est: $\boxed{u_R(t) = E.e^{-\frac{t}{RC}}}$.

---

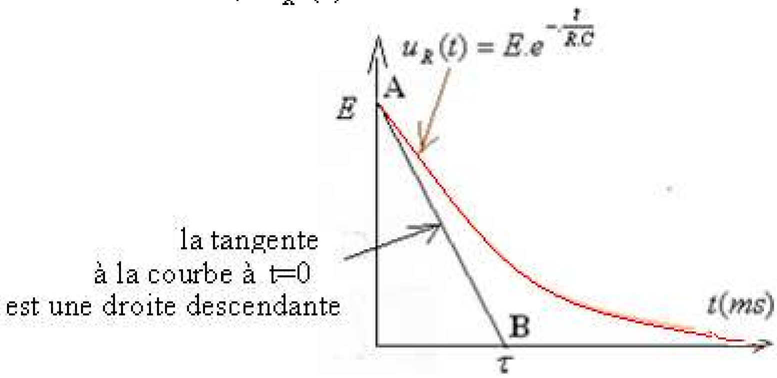
4) Montrons que: $\left(\dfrac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{-E}{R.C}$

En remplaçant dans l'équation différentielle à t=0 elle devient : $R.C.\left(\dfrac{du_R}{dt}\right)_{t=0} + (u_R)_{t=0} = 0$. On a: $u_R(0)=E$

Donc: $R.C.\left(\dfrac{du_R}{dt}\right)_{t=0} + E = 0 \quad \Rightarrow \quad \left(\dfrac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{-E}{R.C}$

---

5) a) L'équation de la tangente à la courbe $u_R(t)$ à l'instant t=0 est une fonction affine dont l'équation s'écrit sous la forme : $u_R' = k.t + b \quad \Rightarrow$ à l'instant t=0, $u_R'(0) = b = E$



Alors que k est le coefficient directeur (il est négatif car la courbe est une droite descendante qui se coupe avec l'axe des temps à l'instant $t = \tau$) .

$k = \dfrac{\Delta u'_R}{\Delta t} = \dfrac{(u'_R)_B - (u'_R)_A}{t_B - t_A} = \dfrac{0-E}{\tau - 0} = \dfrac{-E}{\tau}$ Donc l'équation dela tangente: $\boxed{u_R' = \dfrac{-E}{\tau}.t + E}$

---

b) montrons que cette tangente se coupe avec l'axe des temps à $t = \tau$.

Soit t_B le point de rencontre de la tangente avec l'axe des temps .Dans ce cas l'équation de la tangente s'écrit : $u_R' = \dfrac{-E}{\tau}.t + E$

Les deux courbes : $\boxed{u_R(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}}$ et: $\boxed{u_R' = \dfrac{-E}{t_B}.t + E}$ se coupent à t=0.

Donc on a à t=0 : $u_R(0) = u'_R(0)$

On a aussi leurs dérivées : $\left(\dfrac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \left(\dfrac{du'_R}{dt}\right)_{t=0}$

En effet : $\dfrac{du_R}{dt} = \dfrac{-E}{\tau}$ et : $\dfrac{du'_R}{dt} = \dfrac{-E}{t_B} \quad \Rightarrow \quad \left(\dfrac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{-E}{\tau}$ et: $\left(\dfrac{du'_R}{dt}\right)_{t=0} = \dfrac{-E}{t_B}$

$\left(\dfrac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = \left(\dfrac{du'_R}{dt}\right)_{t=0} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{-E}{\tau} = \dfrac{-E}{t_B} \quad \Rightarrow \quad t_B = \tau$

Donc la tangente se coupe avec l'axe des temps à $t = \tau$.

Correction de l'exercice n°11:

1) On a : $u_{R2} + u_c = E \Rightarrow R_2 i + u_c = E$ (a) Selon la loi des nœuds : $i = i_1 + i_2$ (1)

on a : $u_{R1} = u_c \Rightarrow R_1 . i_1 = u_c$ d'où: $i_1 = \dfrac{u_c}{R_1}$

Et on a : $i_2 = \dfrac{dq}{dt} = C.\dfrac{du_c}{dt}$

la relation (1) devient : $i = \dfrac{u_c}{R_1} + C.\dfrac{du_c}{dt}$

En remplaçant dans (a) on a: $R_2.(\dfrac{u_c}{R_1} + C.\dfrac{du_c}{dt}) + u_c = E \Rightarrow R_2.C.\dfrac{du_c}{dt} + R_2.\dfrac{u_c}{R_1} + u_c = E \Rightarrow$

$R_2.C.\dfrac{du_c}{dt} + \left(\dfrac{R_2}{R_1} + 1\right) u_c = E \Rightarrow R_2.C.\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{R_2 + R_1}{R_1}.u_c = E$ On multiplie le tout par R_1. puis on divise par (R_1+R_2)

on obtient : $\boxed{\dfrac{R_2.R_1}{R_1+R_2} C.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = \dfrac{R_1}{R_1+R_2} E}$, qui est de la forme : $\boxed{\alpha.\dfrac{du_c}{dt} + u_c = \beta}$

---

2) $\alpha = \dfrac{R_1.R_2}{R_1+R_2} C$ $\beta = \dfrac{R_1.E}{R_1+R_2}$

---

3) On pose : $R_e = \dfrac{R_1.E}{R_1+R_2} \Rightarrow \alpha = R_e.C$

L'analyse dimensionnelle conduit à : $[\alpha] = [R] \times [C]$

on a: $u_R = Ri \Rightarrow R = \dfrac{u_R}{i}$ donc: $[R] = [U][I]^{-1}$

et on a: $\begin{cases} q = I.t \\ q = c\, u_c \end{cases} \Rightarrow I.t = C\, u_c \Rightarrow C = \dfrac{I.t}{u_c}$ donc: $[C] = [I][t][U]^{-1}$

La constante de temps : $\tau = RC$ donc: $[\alpha] = [R].[C] = [U].[I]^{-1}.[I][t].[U]^{-1} = [t]$

---

4) $u_c = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \dfrac{du_c}{dt} = \dfrac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$, en remplaçant dans l'équation différentielle précédente :

$R_1.C.\dfrac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} = E \Rightarrow Ae^{-\frac{t}{\tau}}(\dfrac{R_1.C}{\tau} - 1) + A - = E$ d'où: $\begin{cases} \dfrac{R_1.C}{\tau} - 1 = 0 \\ A = E \end{cases}$ donc: $\tau = R_1.C$ et: $A=E$

5) L'expression de la tension aux bornes du condensateur devient : $u_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

---

6) L'intensité du courant qui passe dans le conducteur ohmique R_1 en régime permanent est:. $I = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$

Car en régime permanent le condensateur joue le rôle d'un interrupteur ouvert..

SBIRO Abdelkrim

Le: jeudi 3 décembre 2020

Pour toute observation contactez-moi

sbiabdou@yahoo.fr
ou bien:
sbiabdou@gmail.com