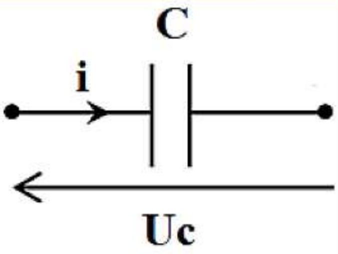
Dipôle RC

i. Le condensateur



1) Définition

Le condensateur est un dipôle constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant, chaque condensateur est caractérisé par sa capacité **C** en Farad (**F**)

2) Relation charge – tension

La charge **q** d'un condensateur, est liée à la tension U_C par la relation :

$$\mathbf{q = C.U_C} \qquad \text{Avec} \quad \begin{cases} U_C : \text{tension aux bornes de condensateur en(V)} \\ q : \text{la charge du condensateur en(C)} \end{cases}$$

3) Charge électrique et intensité du courant

L'intensité du courant **i(t)** traversant un condensateur est la variation de la charge **q** au cours du temps **t**.

$$\mathbf{i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dU_C}{dt}}$$

Remarque : dans le cas d'un courant constant la relation devient : $\mathbf{I_0 = \frac{C.U_C}{\Delta t}}$

4) Association des condensateurs

Association en série	Association en dérivation
$\frac{1}{C_{éq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}$	$C_{éq} = \sum_{i=1}^{N} C_i$

5) Energie électrique stockée dans un condensateur

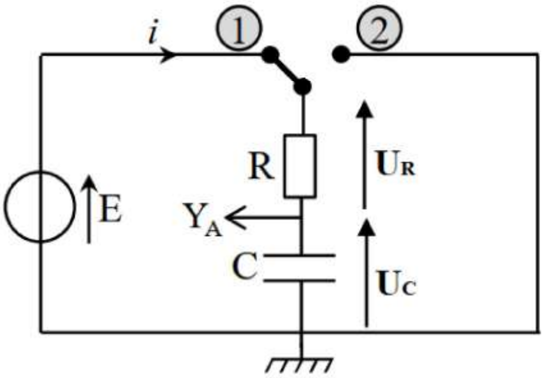
L'énergie $\mathbf{E_e}$ stockée dans un condensateur, est donnée par : $\mathbf{E_e = \frac{1}{2}.C.U_C{}^2 = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}}$

ii. Charge et décharge d'un condensateur

1) Charge du condensateur

a) Etude expérimental

On réalise le montage expérimental ci-contre, à l'instant **t=0 s** on place l'interrupteur dans la position (1) et on visualise la variation de la tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction de temps, on obtient la courbe de la figure ci-dessous



b) Etude théorique

- **L'équation différentielle vérifie par $U_C(t)$**

En appliquant la loi d'additivité des tensions

$$U_C + U_R = E \quad \Leftrightarrow \quad U_C + R.i = E$$

$$\mathbf{U_C + R.C\frac{dU_C}{dt} = E} \quad (1)$$

- **Détermination de $U_C(t)$**

La solution de l'équation différentielle est sous la forme

$$U_C(t) = A\, e^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

En remplaçant $U_C(t)$ dans (1) et en utilisant les conditions initiales : $A = -B = E$ et $\tau = RC$

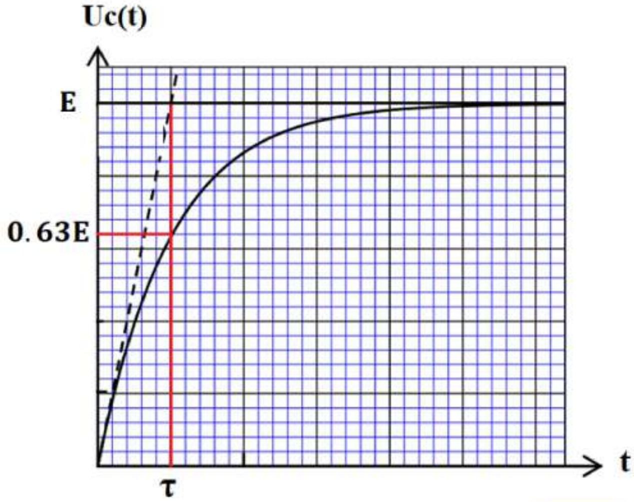
$$\mathbf{U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

- **Détermination de $q(t)$**

$$\mathbf{q(t) = C.U_C(t) = C.E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

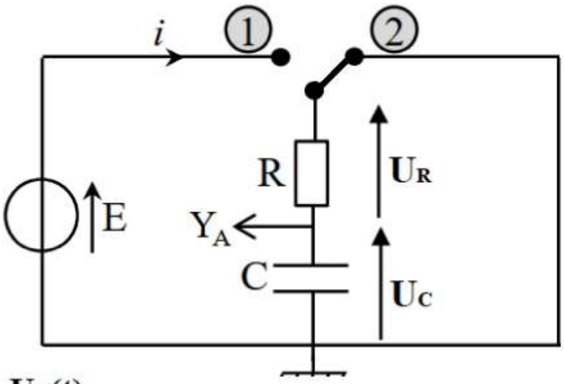
- **Détermination de i(t)**

$$\mathbf{i(t) = C.\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$



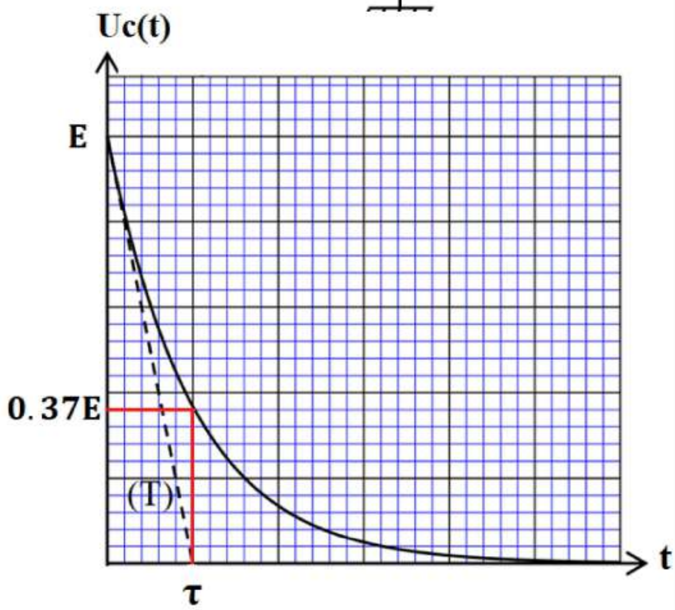
2) Décharge du condensateur

a) Etude expérimentale



Apres avoir chargée le condensateur on bascule l'interrupteur vers la position (2) (montage ci-contre)

On visualise la variation de la tension $\mathbf{U_C(t)}$ aux bornes du condensateur en fonction de temps, on obtient la courbe de la figure ci-dessous



b) Etude théorique

- **L'équation différentielle vérifie par $U_C(t)$**

En appliquant la loi d'additivité des tensions

$$U_C + U_R = 0$$
$$U_C + R.i = 0$$

$$\mathbf{U_C + R.C\frac{dU_C}{dt} = 0} \quad (2)$$

- **Détermination de $U_C(t)$**

La solution de l'équation différentielle est sous la forme

$$U_C(t) = A\,e^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

En remplaçant $U_C(t)$ dans (2) et en utilisant les conditions initiales : $A = E$ et $B = 0$ et $\tau = RC$

$$\mathbf{U_C(t) = E\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- **Détermination de $q(t)$**

$$\mathbf{q(t) = C.U_C(t) = C.Ee^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- **Détermination de i(t)**

$$\mathbf{i(t) = C.\frac{dU_C}{dt} = -\frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

- **τ = RC** : la constante du temps du dipôle **RC**

3) La constante du temps

a) Détermination de la constante de temps

Cas de la charge	Cas de la décharge
$\mathbf{U_C(\tau) = 0.63\ E}$	$\mathbf{U_C(\tau) = 0.37\ E}$

Remarque

- La durée de la charge et de la décharge est $\Delta t \approx 5\tau$
- La durée de la charge et de la décharge augmente lorsque la capacité **C** et/ou la résistance **R** augmente

b) Analyse dimensionnel du constant de temps τ

On a $\tau = RC \quad \Leftrightarrow \quad [\tau] = [R].[C]$

On a $U = R.I \quad \Leftrightarrow \quad [R] = \frac{[U]}{[I]}$

On a $i(t) = C.\frac{dU_C}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad [C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$

$$[\tau] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]}.\frac{[I].[t]}{[U]} \quad \Leftrightarrow \quad [\tau] = [t]$$