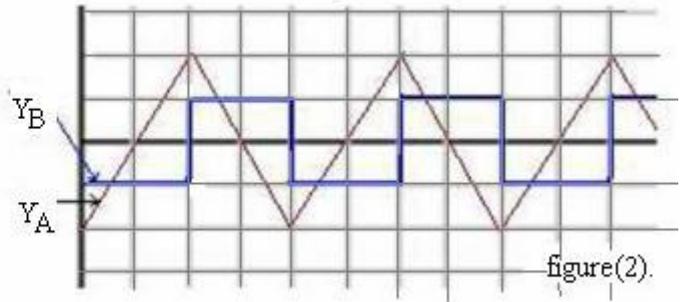
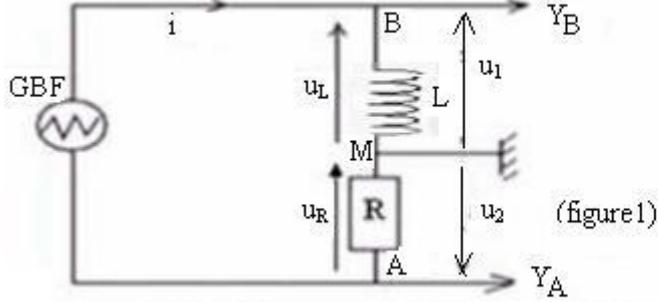


**Exercice 1:**

Le circuit suivant se compose d'une bobine d'inductance L et de résistance négligeable montée en série avec un conducteur ohmique de résistance  $R = 5k\Omega$  et un générateur GBF qui alimente le circuit avec une tension triangulaire. (figure1)  
On visualise sur l'écran d'un oscilloscope les tensions  $u_{BM}(t)$  et  $u_{AM}(t)$  figure(2).



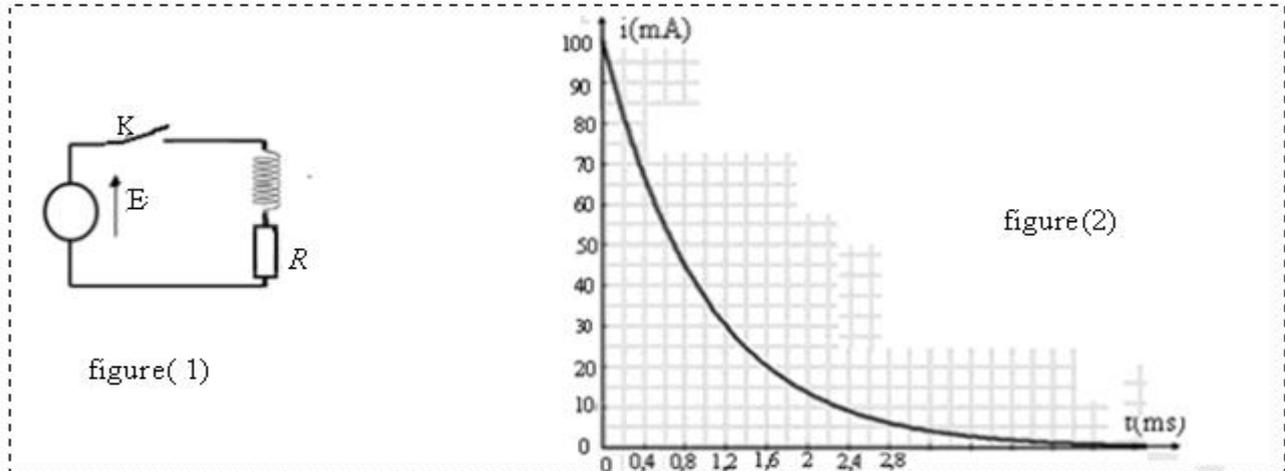
- 1) a) Exprimer la tension  $u_{BM}$  en fonction L et :  $\frac{di}{dt}$ .
- b) Exprimer la tension  $u_{AM}$  en fonction i et R.
- c) Déduire l'expression :  $u_{BM} = -\frac{L}{R} \cdot \frac{du_{AM}}{dt}$

- 2) Déterminer la valeur du coefficient d'induction L de la bobine.
- 3) Calculer l'énergie magnétique maximale emmagasinée dans la bobine.

On donne : la sensibilité verticale : 2V/div pour la voie Y<sub>A</sub> et 0,2V/div pour la voie Y<sub>B</sub>, la sensibilité horizontale 0,2ms/div

**Exercice 2:**

Le circuit suivant (figure1) se compose d'un générateur idéal de tension, de force électromotrice  $E=12V$ , d'un conducteur ohmique de résistance  $R = 100\Omega$ , d'une bobine d'inductance L et de résistance r et d'un interrupteur K.



- 1) 1-1- On ferme l'interrupteur K, recopier le circuit correspondant et représenter les différentes tensions flèches puis déterminer l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant dans le circuit.

1-2-Déduire l'intensité  $I_0$  du courant électrique en régime permanent.

- 2) Lorsque le régime permanent est établi, on ferme l'interrupteur K à l'instant  $t=0$  après avoir ajouté au circuit une diode normale montée en sens inverse entre les bornes de la bobine.

La courbe de la (figure2) donne la variation de l'intensité du courant dans le circuit en fonction du temps.

- 2-1-Quel est le rôle de la diode normale dans ce circuit?

- 2-2- Déterminer l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant dans le circuit.

2-3- Sachant que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante :  $i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Déterminer l'expression de  $I_0$  et celle de  $\tau$  puis donner l'expression de  $i(t)$ .

- 2-4- a) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps  $\tau$  du dipôle RL puis la valeur de  $I_0$ .

b) Déduire la valeur de r et celle de L.

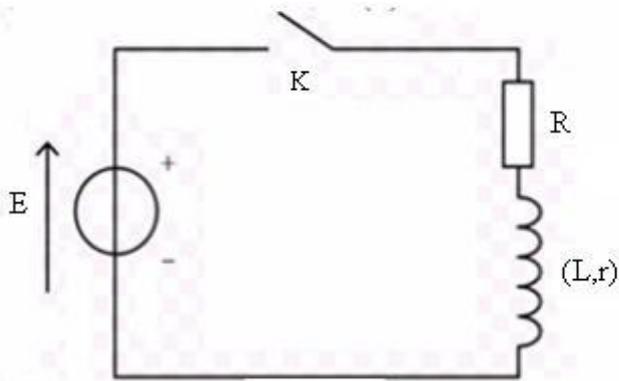
- 2-5- Calculer l'énergie électrique emmagasinée dans la bobine à l'instant  $t = \tau$ .

**Exercice 3:**

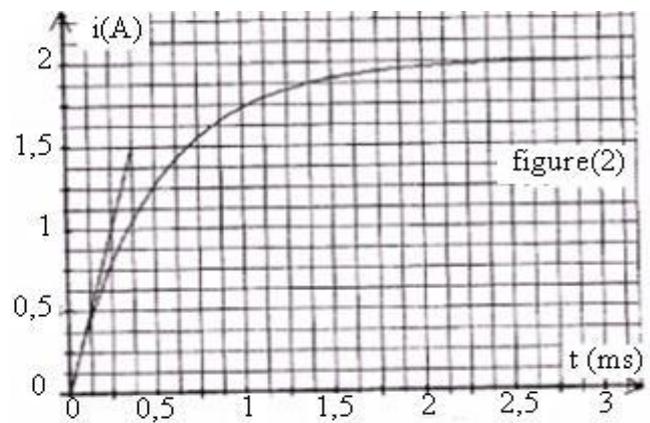
Le circuit de la figure (1) se compose d'un générateur de tension de force électromotrice  $E=12V$ , d'un conducteur ohmique de résistance  $R = 5\Omega$ , d'une bobine d'inductance L et de résistance r et d'un interrupteur K.

On ferme l'interrupteur K à l'instant  $t=0$ .

La figure (2) représente la variation de l'intensité du courant dans le circuit en fonction du temps.



figure(1)



figure(2)

- 1) Recopier le circuit et préciser les connexions à faire pour visualiser à l'aide de l'oscilloscope la tension aux bornes du conducteur ohmique.
- 2) Représenter les différentes tensions flèches et déduire l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant dans le circuit.
- 3) Déterminer la solution de l'équation différentielle.
- 4) D'après la solution précédente de l'équation différentielle qui est de la forme suivante :  $i(t) = I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ , déterminer l'expression de  $I_0$  et celle de  $\tau$  et montrer que représente chacun d'eux.
- 5) En utilisant l'analyse dimensionnelle déterminer la dimension et l'unité de la constante de temps  $\tau$ .
- 6) Déterminer graphiquement la valeur de  $\tau$  et celle de  $I_0$ .
- 7) Quelle est l'influence de la bobine sur l'établissement du courant dans le circuit ?
- 8) Déterminer la valeur de la résistance  $r$  de la bobine.
- 9) Déduire la valeur du coefficient d'induction  $L$  de la bobine.
- 10) Déterminer l'instant  $t_1$  auquel l'intensité du courant dans le circuit devient égale à 80% de sa valeur maximale.
- 11) Montrer comment va varier la courbe précédente dans chacun des cas suivants:
  - a) Lorsqu'on augmente la valeur de  $L$ .
  - b) lorsqu'on augmente la valeur de  $R$ .
  - c) Lorsqu'on remplace la bobine par un conducteur ohmique de résistance  $R' = 1\Omega$ .

**Exercice 4 :**

On réalise le montage électrique de la figure(1):

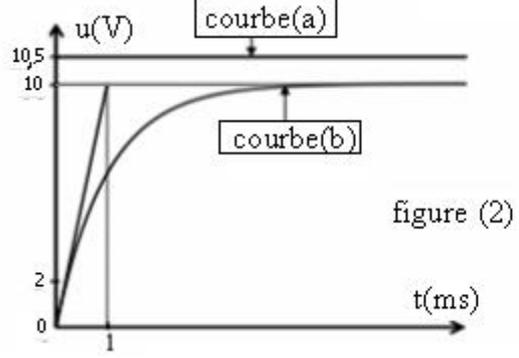
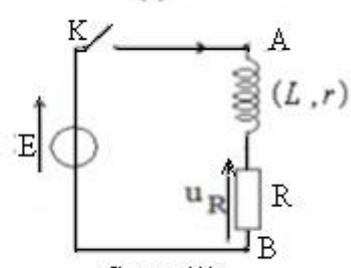


figure (2)



figure(1)

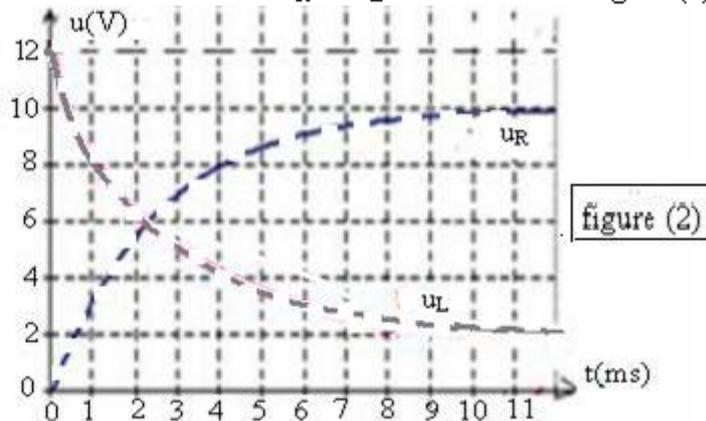
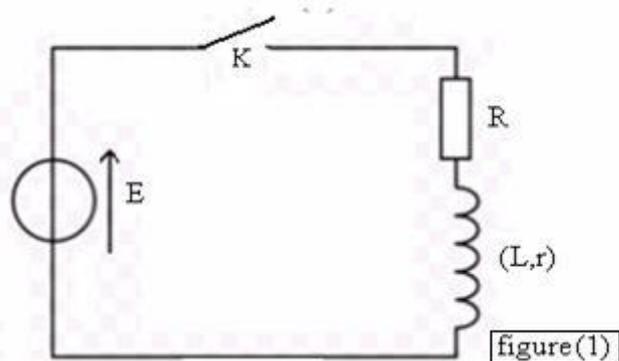
On ferme l'interrupteur K à l'instant  $t=0$  et on visualise à l'aide d'un oscilloscope à mémoire la variation de la tension  $u_R(t)$  aux bornes du conducteur ohmique de résistance  $R = 100\Omega$  et la tension  $u_{AB}(t)$  entre les bornes du générateur de force électromotrice  $E$ , on obtient les courbes (a) et (b) représentée dans la figure (2).

- 1) a) Recopier la figure (1) sur votre copie et montrer comment doit être branché l'oscilloscope pour visualiser la tension  $u_R$  sur la voie  $Y_1$  et  $u_{AB}(t)$  sur la voie  $Y_2$ .
- b) Montrer que la courbe (b) représente  $u_R$ .
- 2) Déterminer graphiquement :
  - a) La valeur de la force électromotrice  $E$ .
  - b) La tension  $u_{R_{max}}$  entre les bornes du conducteur ohmique dans le régime permanent.
  - c) La constante de temps  $\tau$  du dipôle RL.
- 3) En utilisant l'analyse dimensionnelle montrer que la constante de temps  $\tau$  a la dimension d'un temps.
- 4) Montrer que l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant électrique dans le circuit s'écrit :  $\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$  puis déterminer l'expression de l'intensité  $I_{max}$  du courant dans le régime permanent.
- 5) Montrer que l'expression de  $r$  s'écrit sous la forme :  $r = R \cdot \left( \frac{E}{u_{R_{max}}} - 1 \right)$  puis déterminer sa valeur.
- 6) Déterminer la valeur du coefficient d'induction de la bobine.

### Exercice 5:

On considère le montage électrique de la figure(1). La f.é.m. du générateur  $E=12V$  et:  $R = 40\Omega$ .

On ferme l'interrupteur  $K$  à l'instant  $t=0$ . On enregistre la variation des tensions  $u_R$  et  $u_L$  et on obtient la figure (2)



#### 1) Le régime permanent :

1-1- Recopier le circuit et représenter les tensions flèches puis donner l'expression de  $u_R$  et celle de  $u_L$ .

1-2-Déterminer la relation entre les tensions du circuit en régime permanent puis déduire l'expression de l'intensité du courant dans le circuit en régime permanent et montrer que  $u_R = \frac{R \cdot E}{R + r}$ .

1-3-Déduire l'expression de  $u_L$  en régime permanent en fonction de  $r$ ,  $R$  et  $E$ .

1-4- Exprimer :  $\frac{u_R}{u_L}$  en fonction de  $R$  et  $r$  puis déduire en exploitant les courbes de la figure (2) la valeur de  $r$ .

#### 2) Le régime transitoire:

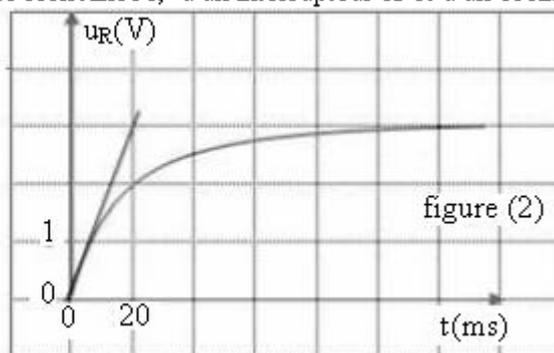
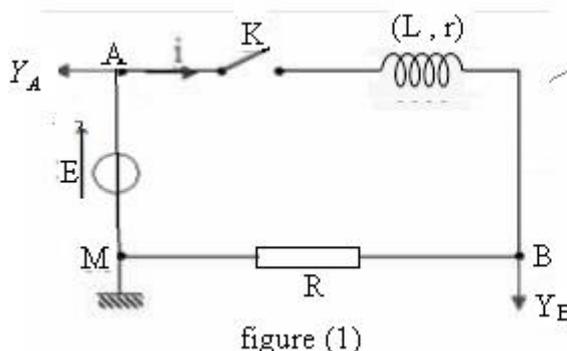
2-1 Montrer que l'équation différentielle que vérifie la tension  $u_R$  s'écrit sous la forme  $\tau \frac{du_R}{dt} + u_R = B$  puis déterminer l'expression de  $\tau$  et celle de  $B$ .

2-2- Montrer que :  $u_R = \frac{E \cdot R}{R + r} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  est solution de cette équation différentielle.

3) Déterminer graphiquement la valeur de  $L$  et celle de  $\tau$ .

### Exercice 6:

Le circuit suivant (figure1) se compose d'un générateur idéal de tension, de force électromotrice  $E=3,8V$ , d'un conducteur ohmique de résistance  $R = 50\Omega$ , d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , d'un interrupteur  $K$  et d'un oscilloscope.



On ferme l'interrupteur  $K$  à l'instant  $t=0$  et on obtient la courbe de la figure (2).

1) Donner l'expression de la tension visualisée sur la voie  $Y_B$  de l'oscilloscope en fonction de l'intensité du courant.

2) Donner l'expression de l'intensité du courant  $I_0$  dans le circuit en régime permanent puis calculer sa valeur.

3) Déterminer la relation qui lie les grandeurs suivantes :  $E$ ,  $L$ ,  $r$ ,  $i$  et  $\frac{di}{dt}$ .

4) Déterminer la valeur de la résistance  $r$  de la bobine.

5) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps puis déduire la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.

### Exercice7:

Le circuit suivant (figure1) se compose d'un générateur idéal de tension, de force électromotrice  $E=6V$ , d'un conducteur ohmique de résistance  $R = 90\Omega$ , d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , d'un interrupteur  $K$ .

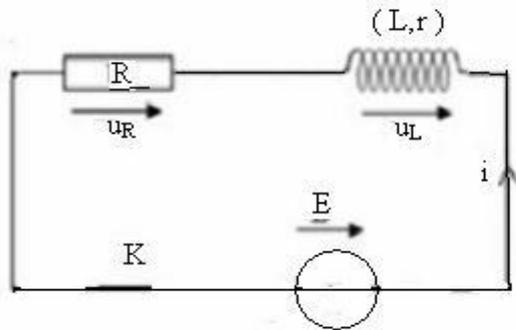
On ferme l'interrupteur  $K$  à l'instant  $t=0$ .

1) Déterminer l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant électrique  $i$  qui passe dans le circuit puis

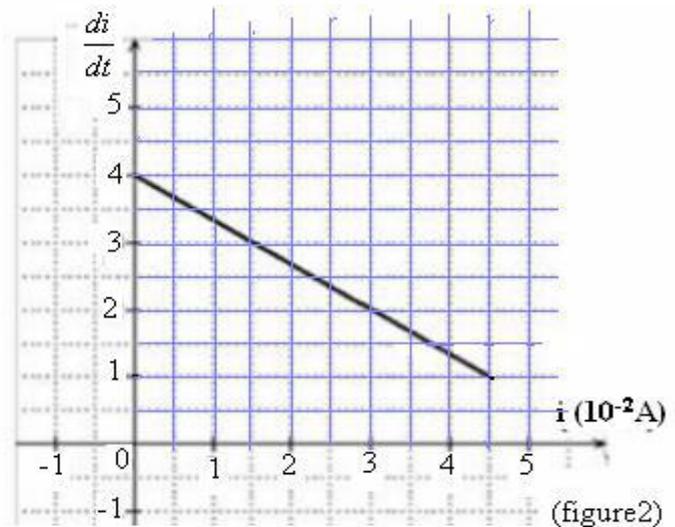
en déduire l'expression de :  $\frac{di}{dt}$  en fonction de  $i$ .

2) Montre que :  $i = \frac{E}{R+r} \cdot (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t})$  est solution de l'équation différentielle précédente.

3) La courbe de la figure (2) montre la variation de :  $\frac{di}{dt}$  en fonction de  $i$ .



(figure1)



(figure2)

3-1- Déterminer graphiquement l'expression de :  $\frac{di}{dt} = f(i)$ .

3-2- Déduire la valeur du coefficient d'induction de la bobine et la résistance  $r$  de la bobine .

3-3- Donner l'expression de  $I_0$  intensité du courant électrique dans le circuit en régime permanent .

### Exercice8:

Le circuit suivant (figure1) se compose d'un générateur idéal de tension, de force électromotrice  $E$ , d'un conducteur ohmique de résistance  $R$  , d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r = 2\Omega$  et d'un interrupteur  $K$

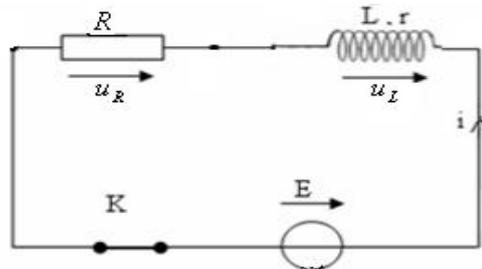


figure (1)

1) Déterminer l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant dans le circuit.

2) La solution précédente de l'équation différentielle qui est de la forme suivante :  $i(t) = I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  , déterminer l'expression de  $I_0$  et celle de  $\tau$ , puis donner l'expression de  $i(t)$ .

3) En visualisant sur les voies  $Y_A$  et  $Y_B$  d'un oscilloscope on obtient les courbes :

$U_R=f(t)$  et :  $U_L=f(t)$  voir figure (1) et figure (2) .

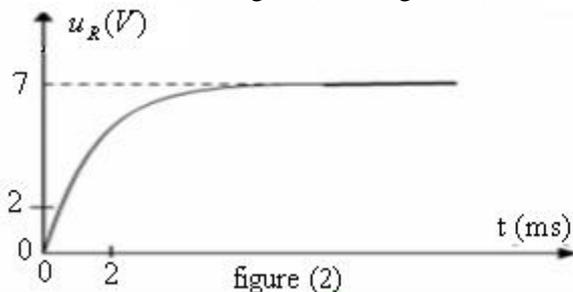


figure (2)

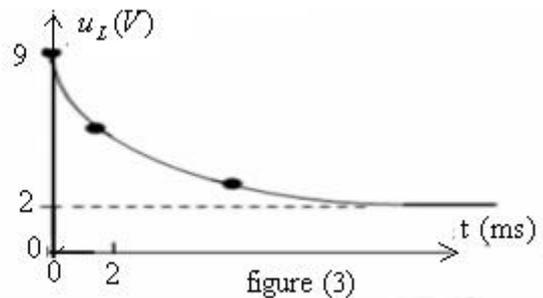


figure (3)

3-1- En appliquant la loi d'additivité des tensions en régime permanent et en exploitant les courbes (2) et (3), déterminer la valeur de la force électromotrice  $E$  du générateur.

3-2- Déterminer l'expression de  $U_L=f(t)$  puis en déduire la valeur de la f.é.m. :  $E$  .Correspond -elle a la valeur précédente?

4 ) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps.

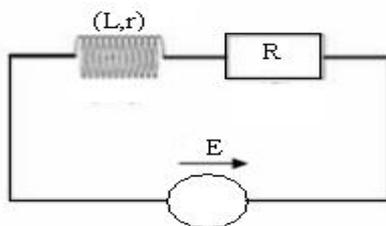
5) Déterminer la valeur de la résistance  $R$  du conducteur ohmique et la valeur de l'inductance  $L$  de la bobine.

6) Ecrire l'expression de l'intensité  $i$  du courant électrique dans le circuit en fonction de  $L, R, E$  et  $r$  puis calculer la valeur de  $i$  à l'instant  $t=4ms$ .

7) Calculer l'énergie emmagasinée dans la bobine à l'instant  $t=4ms$ .

### Exercice 9:

On considère le montage électrique de la figure suivante .



Sachant qu'à l'instant  $t=20\text{ms}$  le régime permanent est établi dans le circuit et le voltmètre indique:  $2\text{V}$  alors que l'ampèremètre indique :  $200\text{mA}$  .

On signale que le voltmètre est branché entre les bornes de la bobine et l'ampèremètre est branché en série dans le circuit.

- 1) 1-1- Que représente chacun de :  $20\text{ms}$  ,  $200\text{mA}$  et  $2\text{V}$ .  
ainsi que celle de :  $r$  1-2- Déduire la valeur de la constante de temps
- 2) Déterminer la valeur de  $E$  sachant que :  $R + r = 30\Omega$ .
- 3) Déduire les valeurs de :  $R$  et  $L$ .
- 4) Déterminer l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant dans le circuit.
- 5) Déterminer la solution de cette équation différentielle.
- 6) Soit  $t_1$  l'instant auquel l'énergie emmagasinée dans la bobine prend la valeur suivante :  $E_L = 6.10^{-4}\text{J}$  .

Montrer que : 
$$t_1 = -\frac{L}{R+r} \ln \left[ 1 - \frac{\sqrt{2E_L}}{I_0} \right]$$

7) Sachant que  $t_{1/2}$  est l'instant auquel l'énergie magnétique de la bobine soit égale à :  $25\%$  de sa valeur maximale.

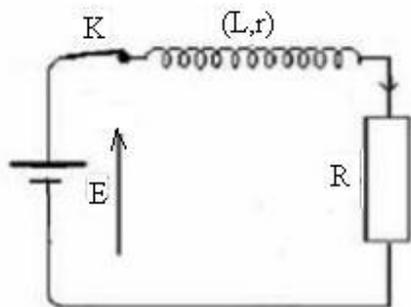
Montrer que :  $t_{1/2} = \tau \ln 2$

### Exercice 10:

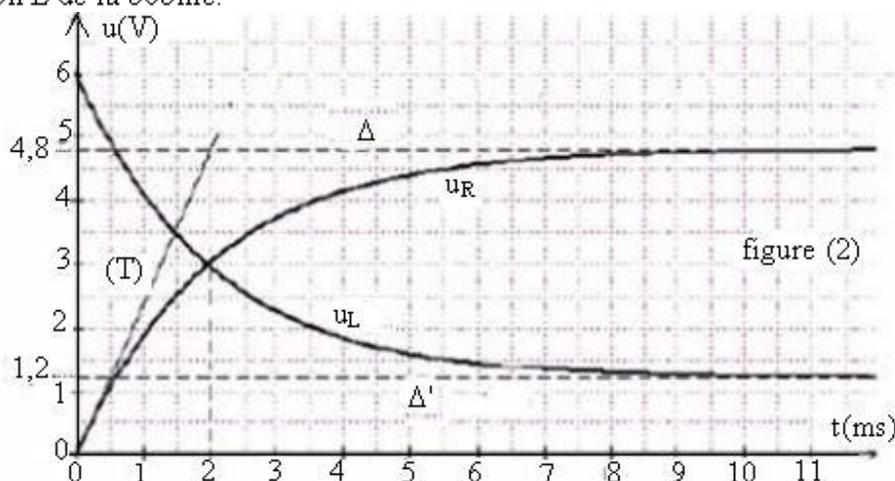
Le circuit suivant (figure1) se compose d'un générateur idéal de tension, de force électromotrice  $E=6\text{V}$ , d'une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , d'un interrupteur  $K$  et d'un conducteur ohmique de résistance  $R$ .

On ferme l'interrupteur  $K$  à l'instant  $t=0$ .

- 1) Déterminer l'équation différentielle que vérifie la tension  $u_R$  aux bornes du conducteur ohmique.
- 2) Sachant que la solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme:  $u_R = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  , trouver l'expression de  $A$  et celle de  $\tau$ .
- 3) Le document de la figure(2) présente la variation de la tension  $u_R$  aux bornes du conducteur ohmique et la variation de la tension  $u_L$  aux bornes de la bobine en fonction du temps.
  - 3-1- Sachant que la résistance totale du circuit est  $R_T = 50\Omega$  , déterminer la valeur de la résistance  $R$  du conducteur ohmique puis déduire l'intensité du courant dans le circuit en régime permanent.
  - 3-2- a) Comment se comporte la bobine en régime permanent ? Justifier votre réponse.  
b) Déduire la valeur de la résistance  $r$  de la bobine.
  - 3-3- Déterminer par deux méthodes différentes la valeur de la constante de temps  $\tau$  .
  - 3-4- Déduire la valeur du coefficient d'induction  $L$  de la bobine.



figure(1)



4) Déterminer graphiquement l'intensité du courant à l'instant  $t=3,5\text{ms}$  puis calculer l'énergie emmagasinée dans la bobine à cet instant.

5) Soit  $J$  le point de rencontre des deux courbes  $u_L$  et  $u_R$  , montrer que le coefficient d'induction de la bobine vérifie la relation suivante

relation suivante 
$$L = \frac{R+r}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)} \times t_J$$
 puis calculer sa valeur .Ce résultat correspond-il à celui trouvé précédemment ?

# Correction

## Correction de l'exercice 1:

1) a) D'après la figure (1) on a :  $u_{BM}=u_1=u_L \Rightarrow u_{BM} = L \cdot \frac{di}{dt}$  car la résistance de la bobine est négligeable.

b)  $u_{AM}=u_2=-u_R \Rightarrow u_{AM} = -Ri$

c) on a :  $u_{AM} = -Ri \Rightarrow i = -\frac{u_{AM}}{R}$  donc :  $\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R} \frac{du_{AM}}{dt}$  d'où :  $u_{BM} = -\frac{L}{R} \frac{du_{AM}}{dt}$

2) On a :  $u_{BM} = -\frac{L}{R} \frac{du_{AM}}{dt} \Rightarrow L = \frac{-u_{BM} \cdot R}{\frac{du_{AM}}{dt}}$

Dans le domaine  $\left[0, \frac{T}{2}\right]$ , la tension  $u_{AM}$  visualisée sur la voie  $Y_A$  est une fonction affine de la forme  $u_{AM} = at + b$

a : étant le coefficient directeur donc :  $a = \frac{\Delta u_{AM}}{\Delta t} = \frac{(u_{AM})_B - (u_{AM})_A}{T/2 - 0} = \frac{4 - (-4)}{0,4 \cdot 10^{-3} - 0} = 2 \cdot 10^4 \text{ V/s}$

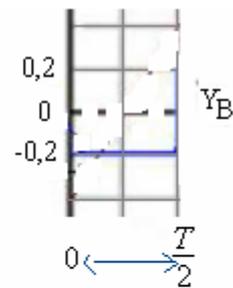
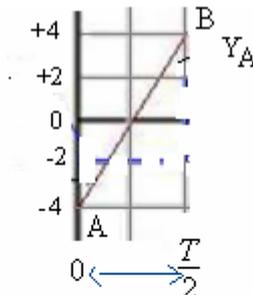
La sensibilité verticale :

0,2V/div pour la voie  $Y_A$

0,2V/div pour la voie  $Y_B$

La tension  $u_{AM}$  est visualisée sur la voie  $Y_A$

La tension  $u_{BM}$  est visualisée sur la voie  $Y_B$



donc :  $u_{AM} = 2 \cdot 10^4 \cdot t + b \Rightarrow \frac{du_{AM}}{dt} = 2 \cdot 10^4$

Dans le même domaine :  $\left[0, \frac{T}{2}\right]$ , on a :  $u_{BM} = -0,2 \text{ V/div}$

A.N:  $L = \frac{-(-0,2) \times 5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^4} = 0,05 \text{ H}$

3) L'énergie magnétique maximale emmagasinée dans la bobine :

$(\xi_m)_{\max} = \frac{1}{2} L i_{\max}^2 = \frac{1}{2} L \left( \frac{-u_{AM}}{R} \right)^2$  car :  $i = -\frac{u_{AM}}{R}$

A.N:  $(\xi_m)_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 0,05 \cdot \left( \frac{-4}{5 \cdot 10^3} \right)^2 = 16 \cdot 10^{-9} \text{ J}$

## Correction de l'exercice 2:

1) 1-1- On trouve :  $\frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$  avec :  $R_T = R + r$

1-2- En régime permanent on a :  $\frac{di}{dt} = 0$  car l'intensité du courant est constante  $\Rightarrow I_o = \frac{E}{R_T}$

2) 2-1- Le rôle de la diode normale dans ce circuit est pour éviter le phénomène de surtension.

2-2- On trouve :

$$\frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = 0$$

2-3- on a :  $i = I_o \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{I_o}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$  En remplaçant dans l'équation différentielle on a :

$$-\frac{L}{R_T} \cdot \frac{I_o}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + I_o \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow I_o \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(1 - \frac{L}{\tau \cdot R_T}\right) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{L}{\tau \cdot R_T} = 0 \Rightarrow \tau = \frac{L}{R_T}$$

Pour déterminer l'expression de  $I_0$  on utilise la condition initiale suivante : à  $t=0$  on a :  $i(0) = \frac{E}{R_T}$

On a :  $i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  donc :  $i(0) = I_0 e^0$  avec :  $e^0 = 1 \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R_T}$

D'où l'expression de  $i(t)$  :  $i(t) = \frac{E}{R_T} e^{-\frac{t}{\tau}}$  avec :  $\tau = \frac{L}{R_T}$

2-4-a) à  $t = \tau$  On a :  $i(t = \tau) = I_0 e^{-\frac{\tau}{\tau}} = I_0 e^{-1} = 0,37 I_0 = 0,37 \times 100 = 37 \text{ mA}$  qui correspond graphiquement à  
à :  $\tau = 1 \text{ ms}$  et on a :  $I_0 = 100 \text{ mA}$

b) On a :  $I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow R+r = \frac{E}{I_0} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{12}{100 \cdot 10^{-3}} - 100 = 20 \Omega$

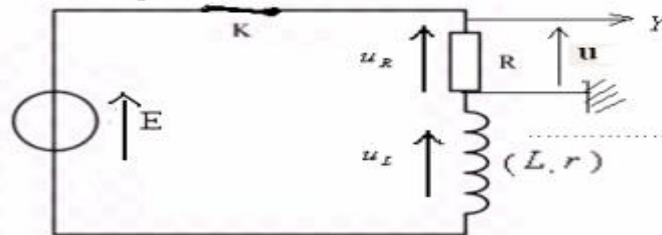
et on a :  $\tau = \frac{L}{R_T} \Rightarrow L = R_T \cdot \tau = 120 \cdot 10^{-3} = 0,12 \text{ H}$

2-5- L'énergie électrique emmagasinée dans la bobine  $\xi_m(t) = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L \left( I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2$  et à l'instant  $t = \tau$  on a :

$\xi_m(t = \tau) = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L \left( I_0 e^{-\frac{\tau}{\tau}} \right)^2 = \frac{1}{2} L (I_0 e^{-1})^2$  A.N:  $\xi_m(t = \tau) = \frac{1}{2} \cdot 0,12 \times 0,1^2 (e^{-1})^2 \approx 8 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

### Correction de l'exercice 3:

1) Pour visualiser à l'aide de l'oscilloscope la tension aux bornes du conducteur ohmique.



2) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$u_R + u_L = E \Rightarrow R i + r i + L \frac{di}{dt} = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R+r) i = E$  on pose :  $R_T = R+r \Rightarrow$

$L \frac{di}{dt} + R_T i = E$  puis en divisant le tout par  $R_T$ , on obtient :  $\frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$ , c'est l'équation différentielle.

$\Rightarrow A = -\frac{E}{R_T}$  La solution devient :  $i = -\frac{E}{R_T} e^{-\frac{R_T}{L} t} + \frac{E}{R_T} \Rightarrow i = \frac{E}{R_T} (1 - e^{-\frac{R_T}{L} t})$

3) La solution de l'équation différentielle :  $\frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$  qui est sous la forme :  $i = A e^{-\alpha t} + B$  avec :  $A \neq 0$  donc :

$\frac{di}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$ . En remplaçant dans l'équation différentielle :  $-\frac{\alpha L}{R_T} A e^{-\alpha t} + A e^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R_T} \Rightarrow$

$A e^{-\alpha t} (1 - \frac{\alpha L}{R_T}) + B = \frac{E}{R_T}$  d'où :  $1 - \frac{\alpha L}{R_T} = 0$  et  $B = \frac{E}{R_T}$  donc :  $\alpha = \frac{R_T}{L}$  et la solution devient :  $i = A e^{-\frac{R_T}{L} t} + \frac{E}{R_T}$

Pour déterminer la valeur de la constante : A, on utilise la condition initiale suivante : à  $t=0$  on a :  $i = 0$  donc :  $0 = A e^0 + \frac{E}{R_T}$

4)  $i(t) = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  et :  $i = \frac{E}{R_T} (1 - e^{-\frac{R_T}{L} t}) \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R_T}$  et  $\tau = \frac{L}{R_T}$

$I_0$  : représente du courant en régime permanent. et  $\tau$  : la constante de temps.

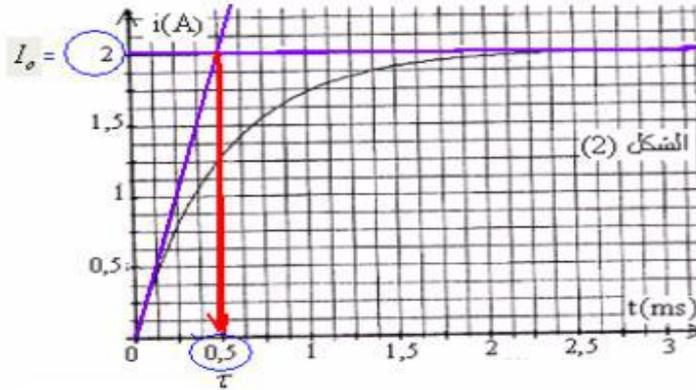
$$5) \quad u_L = L \frac{di}{dt} \Rightarrow [U] = [L] \frac{[I]}{[t]} \Rightarrow [L] = \frac{[U][t]}{[I]}$$

$$u_R = Ri \Rightarrow [U] = [R][I] \Rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$$

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = [U][t][I]^{-1} \times [U]^{-1} \cdot [I] = [t]$$

La dimension de la constante de temps :  $\tau$  est celle d'un temps donc son unité dans le S.I. est la seconde.

6) Graphiquement on trouve :



$$\tau = 0,5ms \quad I_o = 2A$$

7) La bobine s'oppose à l'établissement du courant dans le circuit.

$$8) \quad I_o = \frac{E}{R+r} \Rightarrow R+r = \frac{E}{I_o} \Rightarrow r = \frac{E}{I_o} - R = \frac{12}{2} - 5 = 1\Omega$$

$$9) \quad \tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = (R+r) \cdot \tau = (5+1) \times 0,5 \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 10^{-3} H$$

$$10) \text{ on a : } i(t) = I_o \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \text{ à l'instant } t_1 \text{ on a : } i(t_1) = I_o \cdot (1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}) \text{ avec : } i(t_1) = \frac{80 \cdot I_o}{100} \Rightarrow$$

$$0,8 \cdot I_o = I_o \cdot (1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}) \Rightarrow 0,8 = 1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}} \Rightarrow e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 0,2 \text{ donc : } \frac{-t_1}{\tau} = \ln 0,2 \Rightarrow t_1 = -\tau \cdot \ln 0,2$$

$$\underline{\text{A.N:}} \quad t_1 = -0,5 \cdot \ln 0,2 = 0,8ms$$

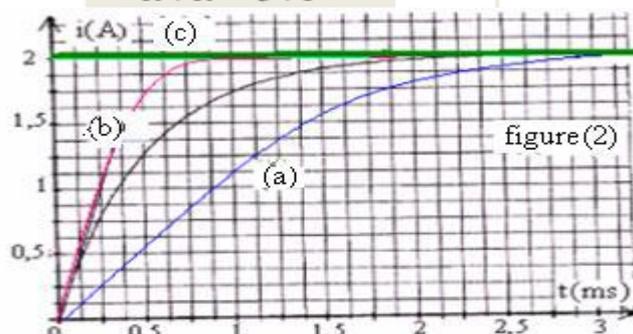
11) On sait que la durée du régime transitoire est égale à  $5\tau$  avec  $\tau = \frac{L}{R_r}$

a) Lorsqu'on augmente la va valeur de L. On fait augmenter le régime permanent ce qui retarde la charge du condensateur (voir figure).

b) lorsqu'on augmente la va valeur de R. la valeur de  $\tau$  diminue accélère la charge du condensateur (voir figure)

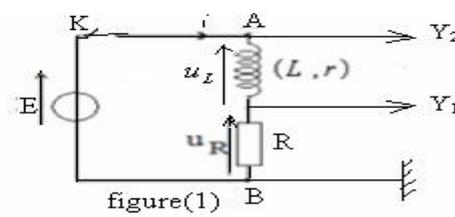
c) Lorsqu'on remplace la bobine par un conducteur ohmique de résistance  $R' = 1\Omega$  l'intensité du courant dans le circuit devient constante :

$$I = \frac{E}{R+R'} = \frac{12}{5+1} = 2A$$



**Correction de l'exercice 4 :**

1)



2) a)  $E=10,5V$

b)  $u_{Rmax}=10V$

c)  $\tau = 1ms$

3) on a :  $u_L = L \frac{di}{dt} \Rightarrow [U] = [L] \frac{[I]}{[t]} \Rightarrow [L] = \frac{[U][t]}{[I]}$

et on a :  $u_R = Ri \Rightarrow [U] = [R][I] \Rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$

or :  $\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{[U][t]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} = \frac{[U][t]}{[I]} \times \frac{[I]}{[U]} = [t]$

4) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_R + u_L = E \Rightarrow Ri + ri + L \frac{di}{dt} = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R+r)i = E \text{ puis on divise le tout par L.}$$

On obtient :  $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$

En régime permanent l'intensité du courant est constante, donc :  $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{(R+r)}{L} I_{max} = \frac{E}{L}$  d'où :  $I_{max} = \frac{E}{R+r}$

5) on a :  $u_{Rmax} = R I_{max}$  donc :  $u_{Rmax} = R \frac{E}{R+r} \Rightarrow u_{Rmax} \cdot (R+r) = R \cdot E \Rightarrow R+r = \frac{R \cdot E}{u_{Rmax}}$  d'où :

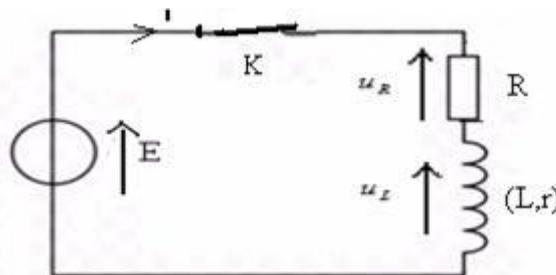
$r = \frac{R \cdot E}{u_{Rmax}} - R \Rightarrow r = R \left( \frac{E}{u_{Rmax}} - 1 \right)$  A.N:  $r = 100 \left( \frac{10,5}{10} - 1 \right) = 5\Omega$

6)  $\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = (R+r) \cdot \tau = (100+5) \cdot 10^{-3} = 0,105H$

### Correction de l'exercice 5:

1) Le régime permanent :

1-1-



$$u_L = ri + L \frac{di}{dt}$$

et :

$$u_R = Ri$$

1-2- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :  $u_R + u_L = E \Rightarrow Ri + ri + L \frac{di}{dt} = E$  en régime

permanent l'intensité du courant I est constante donc :  $\frac{di}{dt} = 0$  , la relation précédente devient :  $(R+r) \cdot I = E$

permanent l'intensité du courant I est constante donc :  $\frac{di}{dt} = 0$  , la relation précédente devient :  $(R+r) \cdot I = E$

$\Rightarrow$  l'intensité du courant dans le circuit en régime permanent :  $I = \frac{E}{R+r}$  donc :  $u_R = R \cdot I \Rightarrow u_R = \frac{R \cdot E}{R+r}$

1-4- on a :  $\frac{u_R}{u_L} = \frac{R}{r}$  d'après la courbe (2) en régime permanent on a :  $u_R=10V$  et :  $u_L=2V$

donc :  $\frac{u_R}{u_L} = \frac{R}{r} = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow r = \frac{R}{5} = \frac{40}{5} = 8\Omega$

2) Le régime transitoire:

1-2- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :  $u_R + u_L = E \Rightarrow u_R + ri + L \frac{di}{dt} = E$  (1) et on a :

$u_R = Ri \Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$  donc :  $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{du_R}{dt}$  en remplaçant dans (1) :  $u_R + \frac{r}{R} u_R + \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} = E \Rightarrow$

$\frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + (1 + \frac{r}{R}) u_R = E$  d'où :  $\frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + (\frac{R+r}{R}) u_R = E$  En multipliant le tout par R, puis en divisant le tout par (R+r)

On obtient :  $\frac{L}{R+r} \frac{du_R}{dt} + u_R = \frac{R \cdot E}{R+r}$  qui est sous la forme :  $\tau \frac{du_R}{dt} + u_R = B$

donc :  $\tau = \frac{L}{R+r}$  et :  $B = \frac{R \cdot E}{R+r}$

2-2- Montrons que :  $u_R = E \cdot \frac{R}{R+r} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  est solution de cette équation.

donc :  $u_R = \frac{E \cdot R}{R+r} - \frac{E \cdot R}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{du_R}{dt} = \frac{E \cdot R}{\tau \cdot (R+r)} e^{-\frac{t}{\tau}}$  En remplaçant dans l'équation différentielle :

$\frac{L}{R+r} \times \frac{E \cdot R}{\tau \cdot (R+r)} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E \cdot R}{R+r} - \frac{E \cdot R}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{R \cdot E}{R+r} \Rightarrow \frac{L}{R+r} \times \frac{E \cdot R}{\tau \cdot (R+r)} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E \cdot R}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow$

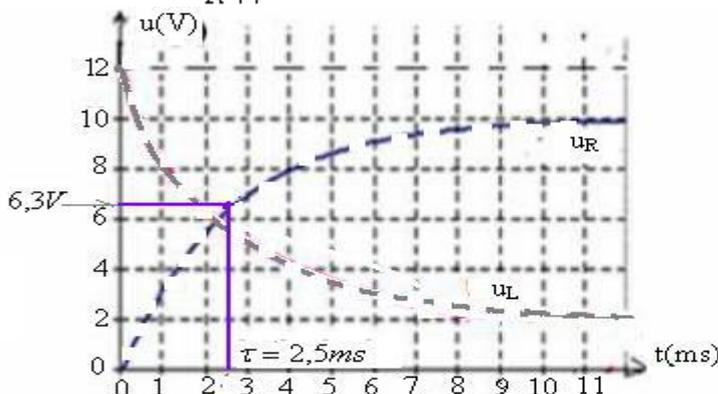
$\frac{L}{R+r} \times \frac{\cancel{E \cdot R}}{\tau \cdot (\cancel{R+r})} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{\cancel{E \cdot R}}{\cancel{R+r}} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{L}{\tau(R+r)} = 1$  avec :  $\tau = \frac{L}{R+r}$

$\Rightarrow \frac{L}{\frac{L}{R+r} \cdot (R+r)} = 1 \Rightarrow 1 = 1$  donc elle est solution de l'équation différentielle.

3) On a :  $u_R(t) = E \cdot \frac{R}{R+r} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  à l'instant  $t = \tau$  :  $u_R(\tau) = E \cdot \frac{R}{R+r} \cdot (1 - e^{-1}) = 0,63 \cdot E \cdot \frac{R}{R+r} = 0,63 \times 10 = 6,3V$

qui correspond graphiquement à  $\tau = 2,5ms$

On a :  $\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau \cdot (R+r) = 2,5 \cdot 10^{-3} \times (40+8) = 0,12H$



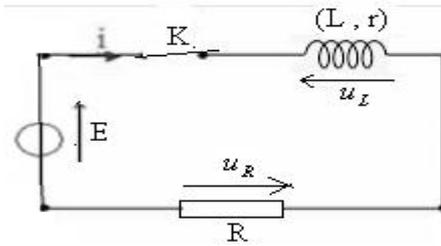
$E=12V$  ,  $R = 40\Omega$  ,  $r = 8\Omega$

Correction de l'exercice 6:

1)  $u_R = Ri$

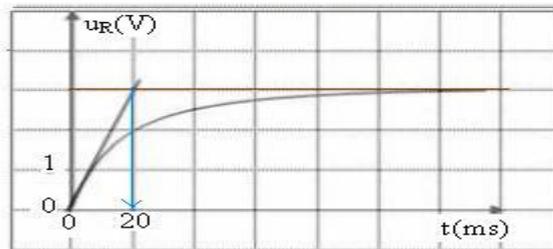
2) on a :  $u_R = Ri$ , en régime permanent :  $u_{R_{max}} = R.I_o \Rightarrow I_o = \frac{u_{R_{max}}}{R} = \frac{3}{50} = 0,06A$

3) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :  $u_R + u_L = E \Rightarrow Ri + ri + L \frac{di}{dt} = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R+r)i = E$



4) En régime permanent :  $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow (R+r).I_o = E$  d'où :  $R+r = \frac{E}{I_o} \Rightarrow r = \frac{E}{I_o} - R = \frac{3,8}{0,06} - 50 \approx 13,3\Omega$

5) graphiquement :  $\tau = 20ms$



On a :  $\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau.(R+r) = 20.10^{-3}.(50+13,3) \approx 1,27H$

### Correction de l'exercice 7:

1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$u_R + u_L = E \Rightarrow Ri + ri + L \frac{di}{dt} = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R+r)i = E$  (1) puis on divise le tout par L.

On obtient :  $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{(R+r)}{L}i + \frac{E}{L}$

2)  $i = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}) \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} e^{-\frac{R+r}{L}t}$  en remplaçant dans l'équation différentielle (1)

$E e^{-\frac{R+r}{L}t} + E(1 - e^{-\frac{R+r}{L}t}) = E \Rightarrow E e^{-\frac{R+r}{L}t} - E e^{-\frac{R+r}{L}t} = E - E \Rightarrow 0 = 0$  donc :  $i = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t})$  est

solution de l'équation différentielle précédente

3) 3-1- Graphiquement  $\frac{di}{dt}$  en fonction de i est une fonction affine décroissante qui s'écrit sous la forme :

$\frac{di}{dt} = ai + b$  avec :  $a = \frac{\Delta \frac{di}{dt}}{\Delta i} = \frac{(2-4)}{(3-0).10^{-2}} = -\frac{200}{3}$  et  $b=4 \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{200}{3}i + 4$

3-2- On a :  $\begin{cases} \frac{di}{dt} = -\frac{(R+r)}{L}i + \frac{E}{L} \\ \frac{di}{dt} = -\frac{200}{3}i + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{E}{L} = 4 \\ \frac{R+r}{L} = \frac{200}{3} \end{cases}$  d'où :  $\begin{cases} L = \frac{E}{4} = \frac{6}{4} = 1,5H \\ r = \frac{200}{3}L - R = \frac{200}{3} \times 1,5 - 90 = 10\Omega \end{cases}$

3-3-  $I_o = \frac{E}{R+r} = \frac{6}{90+10} = 0,06A$

### Correction de l'exercice 8:

1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$u_R + u_L = E \Rightarrow Ri + ri + L \frac{di}{dt} = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R+r)i = E$  on pose :  $R_T = R+r \Rightarrow$

$$L \frac{di}{dt} + R_T i = E \quad \text{puis en divisant le tout par } R_T, \text{ on obtient : } \frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}, \text{ c'est l'équation différentielle.}$$

2) La solution :  $i = I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ , en remplaçant dans l'équation différentielle précédente on a :

$$\frac{L}{R_T} \cdot \frac{I_0}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I_0 - I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R_T} \Rightarrow I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{L}{\tau R_T} - 1 \right) + I_0 = \frac{E}{R_T} \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R_T} \quad \text{et} \quad \frac{L}{\tau R_T} - 1 = 0 \quad \text{donc : } \tau = \frac{L}{R_T}$$

La solution devient : 
$$i = \frac{E}{R_T} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

3) 3-1- En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$$U_R + U_L = E \quad \text{En exploitant les courbes (2) et (3), on a en régime permanent : } U_R = 7V \quad \text{et} \quad U_L = 2V$$

donc : 
$$E = U_R + U_L = 7 + 2 = 9V$$

3-2-  $u_L = r i + L \frac{di}{dt}$  avec :  $i = \frac{E}{R_T} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  et :  $\frac{di}{dt} = \frac{E}{\tau R_T} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  donc :

$$u_L = r \cdot \frac{E}{R_T} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + L \cdot \frac{E}{L} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = r \cdot \frac{E}{R_T} - \frac{r \cdot E}{R_T} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{à } t=0 : (u_L)_{t=0} = r \cdot \frac{E}{R_T} - \frac{r \cdot E}{R_T} \cdot e^0 + E \cdot e^0 = E$$

Donc :  $(u_L)_{t=0} = E$  et d'après la figure (3) on a :  $(u_L)_{t=0} = 9V \Rightarrow E = 9V$

La valeur trouvée correspond à la valeur précédente.

4) on a :  $u_R = R i = \frac{R E}{R + r} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = u_{R_{\max}} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  avec :  $u_{R_{\max}} = 7V$

A l'instant :  $t = \tau$ , on a :  $u_R = u_{R_{\max}} \cdot (1 - e^{-1}) = 0,63 \cdot u_{R_{\max}} \approx 4,4V \Rightarrow \tau \approx 2ms$

5) on a :  $u_{R_{\max}} = \frac{R E}{R + r} \Rightarrow (R + r) u_{R_{\max}} = R E \Rightarrow R (u_{R_{\max}} - E) = -r u_{R_{\max}}$  d'où : 
$$R = \frac{r u_{R_{\max}}}{E - u_{R_{\max}}}$$

A.N: D'après la figure (2) on a :  $u_{R_{\max}} = 7V \Rightarrow R = \frac{2 \times 7}{9 - 7} = 7\Omega$

Déterminons l'inductance L de la bobine.

On a :  $\tau = \frac{L}{R_T} \Rightarrow L = \tau R_T$  A.N: 
$$L = 0,018H$$

6) L'expression de l'intensité i du courant électrique 
$$i = \frac{E}{R + r} \left( 1 - e^{-\frac{(R+r)t}{L}} \right)$$

à l'instant  $t=4ms$  : 
$$i = \frac{9}{7 + 2} \left( 1 - e^{-\frac{(7+2) \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{0,018}} \right) \approx 0,865A$$

Autre méthode : En constatant que :  $t = 2\tau$  donc : 
$$i = \frac{9}{7 + 2} \cdot (1 - e^{-2}) \approx 0,865A$$

7) L'énergie emmagasinée dans la bobine à l'instant  $t=4ms$ :

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \times 0,018 \times 0,865^2 \approx 6,73 \cdot 10^{-3} J$$

### Correction de l'exercice 9:

1)1-1- 20ms, représente la durée du régime transitoire, donc :  $5\tau = 20ms \Rightarrow \tau = 4ms$

200mA, représente l'intensité du courant dans le circuit en régime permanent ; donc :  $I_0 = 200mA$

2V: représente la tension aux bornes de la bobine en régime permanent donc :  $U_L = r \cdot I_0 = 2V$

$$1-2\text{-On a : } 5\tau = 20\text{ms} \Rightarrow \tau = 4\text{ms}$$

$$\text{Et on a : } U_L = r \cdot I_o = 2V \Rightarrow r = \frac{U_L}{I_o} = \frac{2}{200 \cdot 10^{-3}} = 10\Omega$$

$$2) \text{ On a : } I_o = \frac{E}{R+r} \Rightarrow E = I_o(R+r) = 200 \cdot 10^{-3} \times 30 = 6V$$

$$3) \text{ En appliquant la loi d'additivité des tensions en régime permanent on a : } U_R + U_L = E \Rightarrow U_R = E - U_L = 6 - 2 = 4V$$

$$\text{Et on a en régime permanent : } U_R = R \cdot I_o \text{ donc : } R = \frac{U_R}{I_o} = \frac{4}{200 \cdot 10^{-3}} = 20\Omega$$

$$\text{D'autre part on a : } \tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau \cdot (R+r) = 4 \cdot 10^{-3} \times 30 = 0,12H.$$

4) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_R + u_L = E \Rightarrow Ri + ri + L \frac{di}{dt} = E \Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R+r)i = E. \text{ On pose : } R_T = R+r \Rightarrow$$

$$L \frac{di}{dt} + R_T i = E \text{ puis en divisant le tout par } R_T, \text{ on obtient : } \frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T} \text{ C'est l'équation différentielle.}$$

5) La solution de l'équation différentielle :  $\frac{L}{R_T} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_T}$  s'écrit sous la forme :  $i = A e^{-\alpha t} + B$  avec  $A \neq 0$  donc :

$$\frac{di}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}. \text{ En remplaçant dans l'équation différentielle : } -\frac{\alpha L}{R_T} A e^{-\alpha t} + A e^{-\alpha t} + B = \frac{E}{R_T} \Rightarrow$$

$$A e^{-\alpha t} \left(1 - \frac{\alpha L}{R_T}\right) + B = \frac{E}{R_T} \text{ d'où : } 1 - \frac{\alpha L}{R_T} = 0 \text{ et } B = \frac{E}{R_T} \text{ donc : } \alpha = \frac{R_T}{L} = \frac{1}{\tau} \text{ et la solution devient : } i = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_T}$$

Pour déterminer la valeur de la constante A on utilise la condition initiale suivante : à  $t=0$  on a  $i=0$  donc :  $0 = A e^0 + \frac{E}{R_T}$

$$\Rightarrow A = -\frac{E}{R_T}. \text{ La solution devient : } i = -\frac{E}{R_T} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_T} \Rightarrow i = I_o \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ car : } I_o = \frac{E}{R_T}$$

$$6) \text{ L'énergie emmagasinée dans la bobine : } E_L = \frac{1}{2} L i^2 \Rightarrow E_L = \frac{1}{2} L I_o^2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 \Rightarrow I_o^2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 = \frac{2 \cdot E_L}{L}$$

$$\Rightarrow I_o \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \sqrt{\frac{2 \cdot E_L}{L}} \Rightarrow 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{I_o} \sqrt{\frac{2 \cdot E_L}{L}} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{1}{I_o} \sqrt{\frac{2 \cdot E_L}{L}}$$

$$\text{Donc : } -\frac{t}{\tau} = \ln \left(1 - \frac{1}{I_o} \sqrt{\frac{2 \cdot E_L}{L}}\right) \text{ lorsque : } t=t_1, E_L=6 \cdot 10^{-4}\text{J} \text{ d'où : } t_1 = -\tau \cdot \ln \left(1 - \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot E_L}{L}}}{I_o}\right)$$

$$\text{A.N : } t_1 = -4 \cdot 10^{-3} \cdot \ln \left(1 - \frac{\sqrt{\frac{2 \times 6 \cdot 10^{-4}}{0,12}}}{0,2}\right) \approx 2,8\text{ms}$$

7) Or :  $t_{1/2}$  est l'instant auquel l'énergie magnétique de la bobine soit égale à : 25% de sa valeur maximale.

$$E_L(t_{1/2}) = 0,25 E_{L\text{max}} \Rightarrow \frac{1}{2} L I_o^2 \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}\right)^2 = 0,25 \cdot \frac{1}{2} L I_o^2 \Rightarrow \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}\right)^2 = 0,25 \text{ donc : } 1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}} = 0,5$$

$$e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}} = \frac{1}{2} \text{ d'où : } -\frac{t_{1/2}}{\tau} = \ln \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{t_{1/2}}{\tau} = -\ln 2 \Rightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2$$

## Correction de l'exercice 10

1) En appliquant la loi d'additivité des tensions on a :  $u_R + u_L = E \Rightarrow u_R + r i + L \frac{di}{dt} = E$  avec : 
$$\begin{cases} i = \frac{u_R}{R} \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt} \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_R + \frac{r}{R} u_R + \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} = E \Rightarrow \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \left(\frac{r}{R} + 1\right) u_R = E \Rightarrow \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{R} u_R = E$$

En multipliant le tout par R puis en divisant par  $R_t$  on obtient :  $\frac{L}{R_t} \frac{du_R}{dt} + u_R = \frac{R E}{R_t}$  avec :  $R_t = R+r$

2) On a :  $u_R = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow u_R = A - A e^{-\frac{t}{\tau}}$  donc :  $\frac{du_R}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ , en remplaçant dans l'équation différentielle :

$$\frac{L}{R_t} \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + A - A e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{R E}{R_t} \Rightarrow A e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{L}{\tau R_t} - 1\right) + A = \frac{R E}{R_t} \Rightarrow A = \frac{R E}{R_t} \text{ et } \frac{L}{\tau R_t} - 1 = 0 \text{ donc : } \tau = \frac{L}{R_t}$$

Donc la solution s'écrit :  $u_R = \frac{R E}{R_t} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  avec :  $\tau = \frac{L}{R_t}$

3) 3-1- On a :  $u_{R_{\max}} = \frac{R E}{R_t}$  et graphiquement :  $u_{R_{\max}} = 4,8V \Rightarrow R = \frac{u_{R_{\max}} \times R_t}{E} = \frac{4,8 \times 50}{6} = 40\Omega$

L'intensité du courant dans le circuit en régime permanent :  $I = \frac{u_{R_{\max}}}{R} = \frac{4,8}{40} = 0,12A$

3-2- a) La tension aux bornes de la bobine :  $u_L = r i + L \frac{di}{dt}$ , en régime permanent l'intensité du courant est constante,

donc :  $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow$  en régime permanent :  $u_L = r I$

La bobine se comporte en régime permanent comme un conducteur ohmique

b) En régime permanent :  $u_L = r I \Rightarrow r = \frac{u_L}{I} = \frac{1,2}{0,12} = 10\Omega$ , Car en régime permanent graphiquement on a :  $u_L = 1,2V$ .

3-3- Déterminons par deux méthodes différentes la valeur de la constante de temps  $\tau$ .

**1<sup>ère</sup> méthode:**

En remplaçant dans l'expression :  $u_R = u_{R_{\max}} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  à  $t = \tau$  on obtient :  $u_R = u_{R_{\max}} (1 - e^{-1}) = 0,63 u_{R_{\max}} = 3V$

Et par lecture graphique, le temps correspondant à cette valeur est  $t = \tau = 2ms$ . (voir courbe)

**2<sup>ème</sup> méthode:**

La tangente à la courbe  $u_R = f(t)$  à  $t=0$  se coupe avec l'asymptote  $u_R = u_{R_{\max}}$  à l'instant  $t = \tau$  (voir courbe) on obtient :  $\tau = 2ms$

3-4- On a :  $\tau = \frac{L}{R_t} \Rightarrow L = \tau R_t = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 50 = 0,1H$

4) L'intensité du courant à l'instant  $t=3,5ms$  :  $i = \frac{u_R}{R} = \frac{4}{40} = 0,1A$

L'énergie emmagasinée dans la bobine à cet instant est :  $E_m = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 0,1^2 = 5 \cdot 10^{-4} J$ .

5) On a d'après la question 2) :  $u_R = R i = \frac{R E}{R_t} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \Rightarrow i = \frac{E}{R_t} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  donc :  $\frac{di}{dt} = \frac{E}{\tau R_t} e^{-\frac{t}{\tau}}$  avec :  $\tau = \frac{L}{R_t}$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ donc : } u_L = r i + L \frac{di}{dt} \Rightarrow u_L = \frac{r E}{R+r} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\Rightarrow$  Au point J point de rencontre des deux courbes  $u_L$  et  $u_R$  à l'instant  $t_J$ , on a :  $u_R = u_L$

$$\frac{R.E}{R+r} \cdot (1 - e^{-\frac{t_j}{\tau}}) = \frac{r.E}{R+r} \cdot (1 - e^{-\frac{t_j}{\tau}}) + E.e^{-\frac{t_j}{\tau}} \Rightarrow \left( \frac{R.E}{R+r} - \frac{r.E}{R+r} \right) (1 - e^{-\frac{t_j}{\tau}}) = E.e^{-\frac{t_j}{\tau}} \Rightarrow \left( \frac{E.(R-r)}{R+r} \right) (1 - e^{-\frac{t_j}{\tau}}) = E.e^{-\frac{t_j}{\tau}}$$

$$\Rightarrow \left( \frac{E.(R-r)}{R+r} \right) = E \left( 1 + \frac{R-r}{R+r} \right) e^{-\frac{t_j}{\tau}} \Rightarrow \left( \frac{R-r}{R+r} \right) = \left( \frac{2.R}{R+r} \right) e^{-\frac{t_j}{\tau}} \Rightarrow R-r = 2.R.e^{-\frac{t_j}{\tau}} \text{ donc: } e^{-\frac{t_j}{\tau}} = \frac{R-r}{2.R}$$

$$\text{d'où: } -\frac{t_j}{\tau} = \ln \left( \frac{R-r}{2.R} \right) \Rightarrow -\frac{(R+r)}{L} t_j = \ln \left( \frac{R-r}{2.R} \right) \text{ donc: } \frac{(R+r)}{L} t_j = \ln \left( \frac{2.R}{R-r} \right) \Rightarrow L = \frac{R+r}{\ln \left( \frac{2.R}{R-r} \right)} \times t_j$$

A.N:  $L = \frac{R+r}{\ln \left[ \frac{2R}{R-r} \right]} t_j = \frac{50}{\ln \left( \frac{80}{30} \right)} \times 2.10^{-3} \approx 0,1H$  Ce résultat correspond à celui trouvé précédemment.

.....

SBIRO Abdelkrim

mercredi 23 décembre 2020

Pour toute observation contactez-moi  
[sbiabdou@gmail.com](mailto:sbiabdou@gmail.com) ou bien: [sbiabdou@yahoo.fr](mailto:sbiabdou@yahoo.fr)