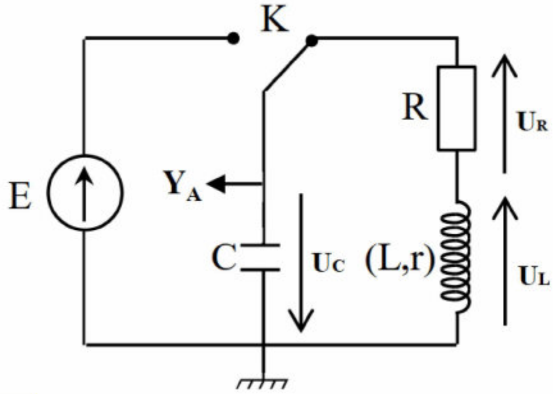
Circuit RLC en série

i. Circuit RLC

1) Equation différentielle vérifie par $U_C(t)$



Circuit RLC : association série d'un condensateur chargé de capacité **C** et d'une bobine d'inductance **L** et un conducteur ohmique de résistance **R**

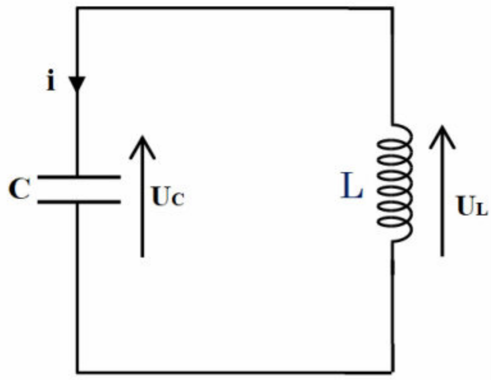
En appliquant la loi d'additivité des tensions :

$$U_C + U_R + U_L = 0 \quad \Leftrightarrow \quad U_C + R.i + r.i + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$U_C + (R+r)i + L\frac{di}{dt} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad U_C + (R+r)C\frac{dU_C}{dt} + LC\frac{d^2U_C}{dt^2} = 0$$

$$\mathbf{\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{R+r}{L}.\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC}U_C = 0}$$

ii. Circuit LC



Circuit LC : association série d'un condensateur chargé de capacité **C** et d'une bobine idéale$(\mathbf{L, r = 0})$

1) Equation différentielle vérifie par $U_C(t)$

En appliquant la loi d'additivité des tensions :

$$U_C + U_L = 0 \quad \Leftrightarrow \quad U_C + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$U_C + L\frac{di}{dt} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad U_C + LC\frac{d^2U_C}{dt^2} = 0$$

$$\mathbf{\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_C = 0}$$

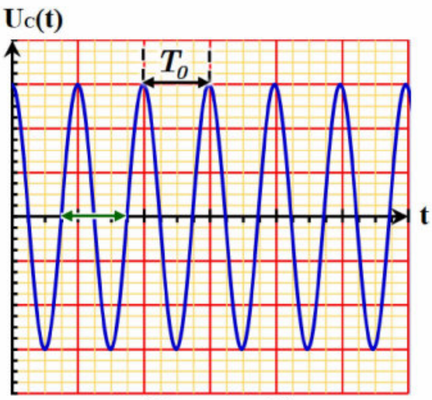
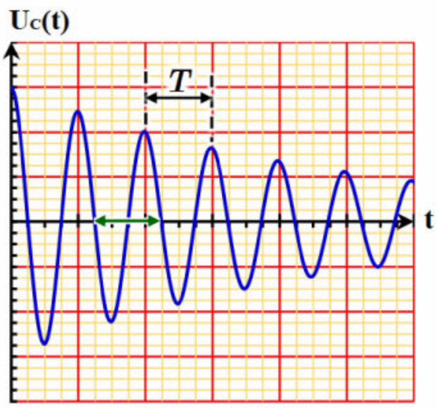
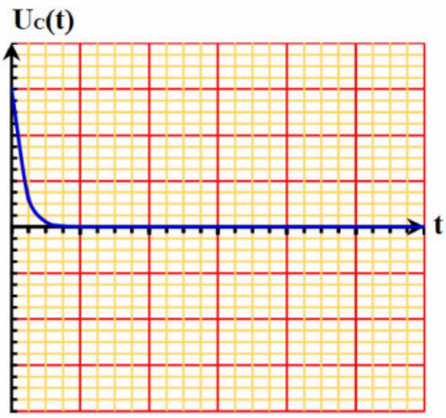
- La solution de l'équation différentielle est sous la forme :

$$\mathbf{U_C(t) = U_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)} \quad \text{avec} \begin{cases} U_m : \text{la valeur maximale de la tension} \\ T_0 : \text{la période propre} \\ \varphi : \text{la phase à l'origine des temps} \end{cases}$$

- En remplaçant $\mathbf{U_C(t)}$ dans l'équation différentielle on trouve la période propre : $\mathbf{T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}}$

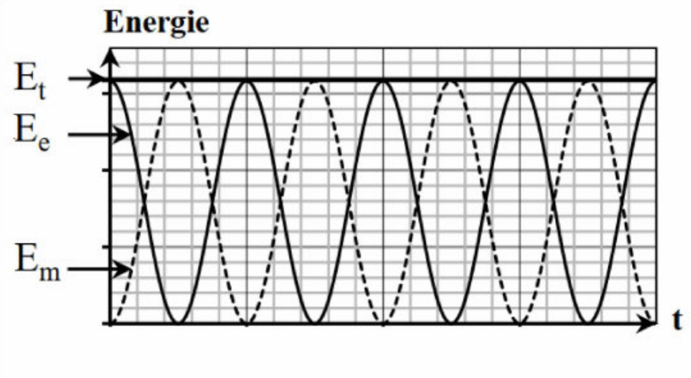
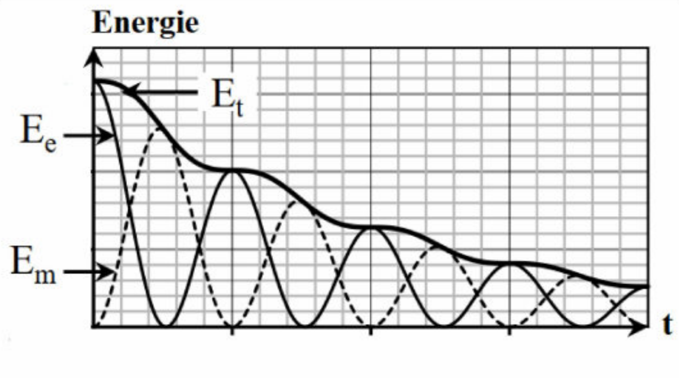
iii. Régimes d'oscillations

1) Les trois régimes d'oscillations

Régime périodique	Régime pseudopériodique	Régime apériodique
 $(\mathbf{R + r = 0})$	 $(\mathbf{R + r}$ faible)	 $(\mathbf{R + r}$ grande)
la période propre : $\mathbf{T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}}$	la pseudo-période : $\mathbf{T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}}$	pas d'oscillations

2) L'énergie dans un circuit RLC

- L'énergie totale d'un circuit (**RLC**) série est donnée par : $\mathbf{E_T = E_m + E_e = \frac{1}{2}.C.U_C{}^2 + \frac{1}{2}.L.i^2}$

$(\mathbf{R+r=0})$	$(\mathbf{R+r\neq 0})$
	

- Dans le régime périodique $(\mathbf{R+r=0})$ il y-a conservation de l'énergie totale $\mathbf{\frac{dE_T}{dt} = 0}$

$$\mathbf{E_T = \frac{1}{2}.C.U_{cmax}^2 = \frac{1}{2}.L.i_{max}^2}$$

- Dans le régime pseudo périodique et apériodique $(\mathbf{R+r\neq 0})$ il y a dissipation d'énergie par effet joule

$$\mathbf{\frac{dE_T}{dt} = -(R+r).\mathit{i}^2}$$

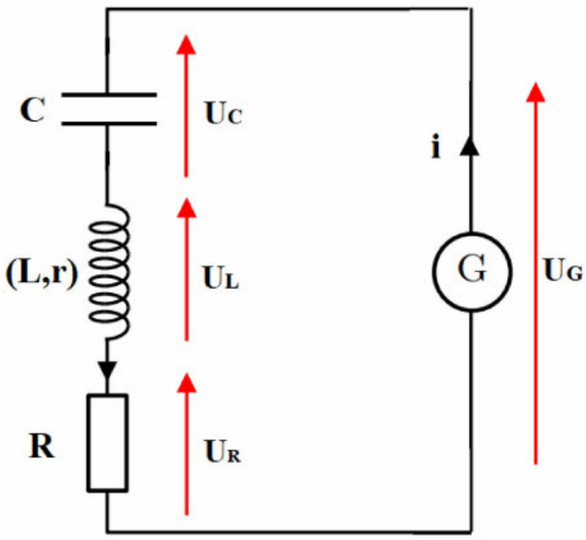
3) Entretien des oscillations

Principe

Dans un circuit (**RLC**), l'amortissement des oscillations est dû à une perte d'énergie par effet Joule
Les oscillations peuvent être entretenues par un générateur **G** qui compense les pertes d'énergie

Etude théorique

On réalise le montage suivant dans lequel le générateur **G** délivre une tension proportionnelle à l'intensité du courant qu'il débite. $\mathbf{U_G = k.i}$



En appliquant la loi d'additivité des tensions :

$$U_C + U_R + U_L = U_G$$
$$U_C + R.i + r.i + L\frac{di}{dt} = k.i$$
$$U_C + (R+r-k)i + L\frac{di}{dt} = 0$$
$$U_C + (R+r-k)C\frac{dU_C}{dt} + LC\frac{d^2U_C}{dt^2} = 0$$
$$\mathbf{\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{R+r-k}{L}.\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{LC}U_C = 0}$$

On règle **k** sur la valeur : $\mathbf{k = R+r}$

L'équation différentielle devient : $\mathbf{\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_C = 0}$

C'est l'équation différentielle d'un circuit (**LC**) non amortie de période $\mathbf{T_0 = 2\pi\sqrt{L\,C}}$