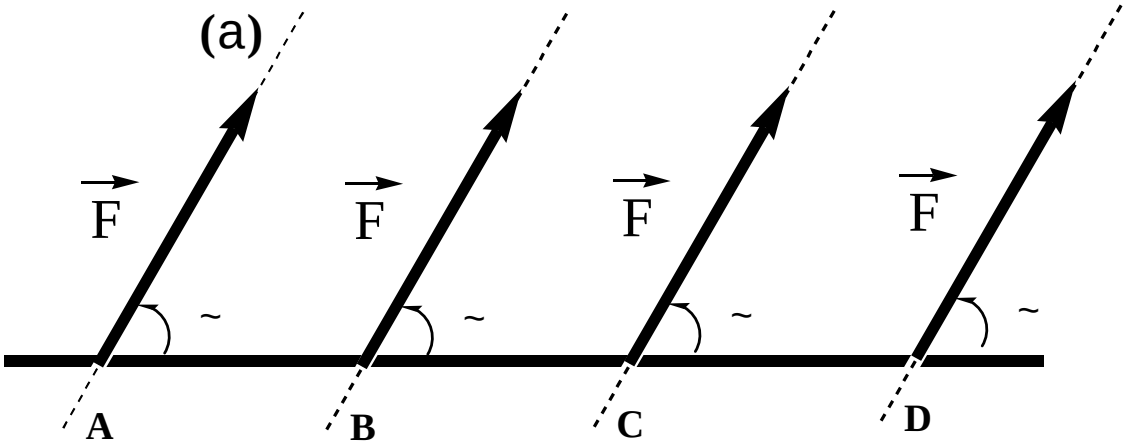
# Travail et puissance d'une force constante

## I) Travail d'une force constante en translation rectiligne :

### 1) Définition d'une force constante




**On dit qu'une force $\vec{F}$ est constante ; si son vecteur garde :**

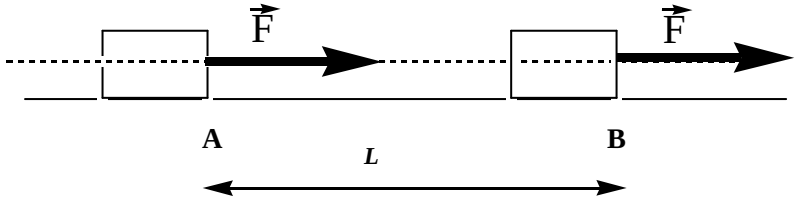
- ✓ **Même direction.**
- ✓ **Même sens.**
- ✓ **Même intensité.**

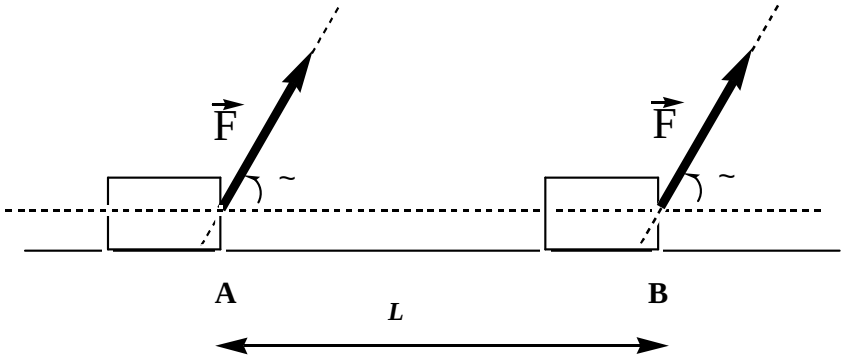
**Exemple : Le poids d'un corps solide , la réaction du sol sur le corps (s) .....**

## 2) Notion de travail d'une force :

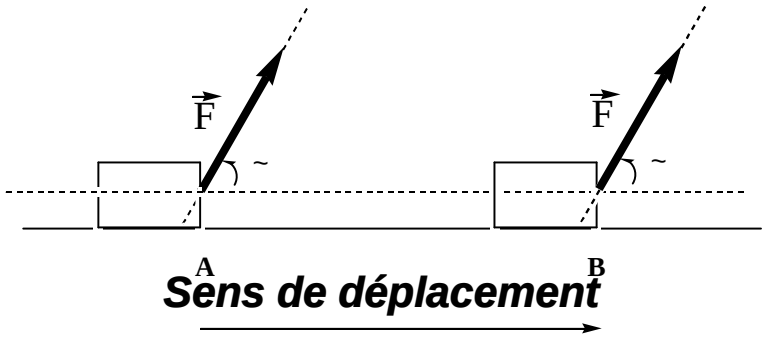
En physique, le travail est une notion liée aux *forces* et aux *déplacements* de leurs points d'application.

On dit qu'un force travaille, quand son point d'application de déplace.



## 3) Expression du travail d'une force :




$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\ \vec{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

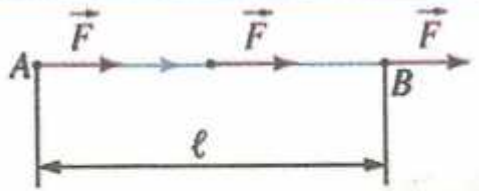
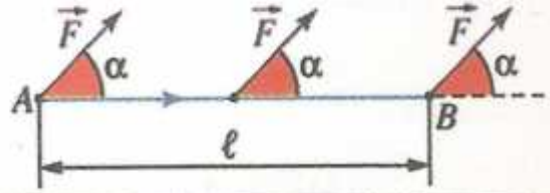
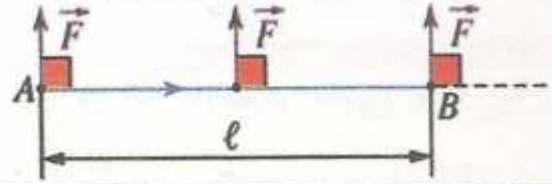
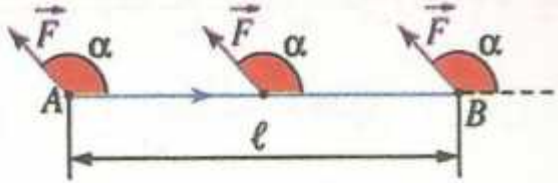
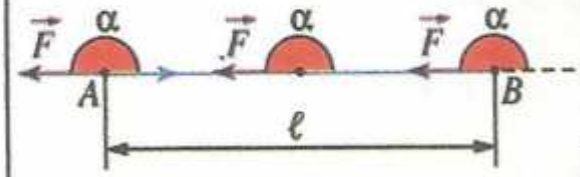
**Travail (J)**

**Distance (m)**

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

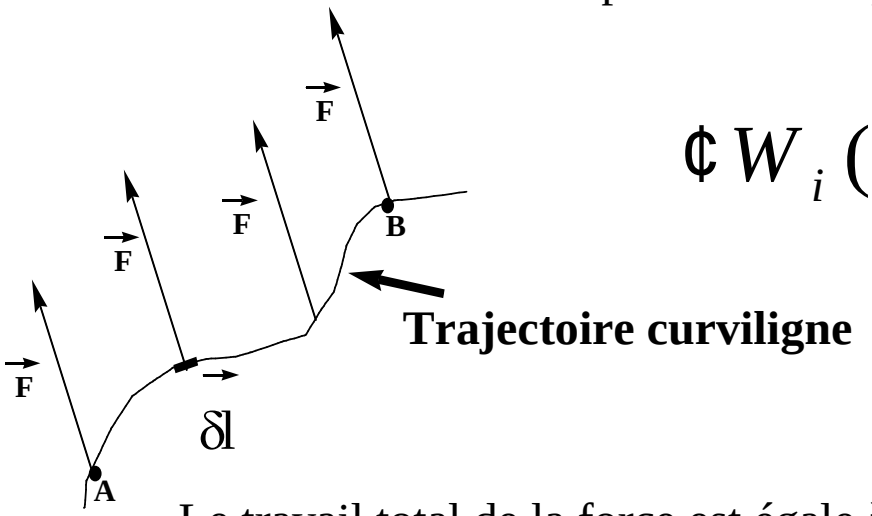
**Intensité (N)**

## Résumé:

| | | |
|---|---|---|
| $\alpha = 0$ |   | $W_{A\to B}(\vec{F}) = +F\ell$ **Travail moteur** |
| $0 < \alpha < 90°$ |   | $W_{A\to B}(\vec{F}) = F\ell\cos\alpha$ $W_{A\to B} > 0$ **Travail moteur** |
| $\alpha = 90°$ |   | $W_{A\to B}(F) = 0$ **Travail nul** |
| $90° < \alpha < 180°$ |   | $W_{A\to B}(\vec{F}) = F\ell\cos\alpha$ $W_{A\to B} < 0$ **Travail résistant** |
| $\alpha = 180°$ |   | $W_{A\to B}(\vec{F}) = -F\ell$ **Travail résistant** |

## II) Travail d'une force constante en translation curviligne :

On découpe la trajectoire en petit segment δl infiniment petit. On note par $¢W_i(\vec{F})$ le travail élémentaire correspondant au déplacement $¢li$ :




$$¢W_i(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{¢l_i}$$

Le travail total de la force est égale à la somme des travaux élémentaire

$$\sum ¢W_i(\vec{F}) = \sum \vec{F}.\overrightarrow{¢l_i} = \vec{F}.\sum \overrightarrow{¢l_i}$$

Donc :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$$

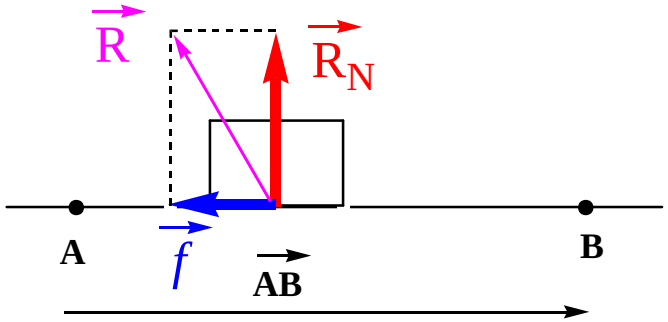
## III) Travail d'un ensemble de force :

**Le travail d'un ensemble de force $\vec{F}_1;\vec{F}_2;\vec{F}_3;\ .....;\vec{F}_n$ appliquer à un même solide en translation est égale au produit scalaire de l'ensemble de vecteurs par le même vecteur déplacement**

$$W_{A\to B} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n).\overrightarrow{AB}$$

$$W_{A\to B} = \vec{F}_1.\vec{AB} + \vec{F}_2.\vec{AB} + .... + \vec{F}_n.\vec{AB} = \underset{A\to B}{W}\left(\vec{F}_1\right) + \underset{A\to B}{W}\left(\vec{F}_2\right) + .... + \underset{A\to B}{W}\left(\vec{F}_n\right)$$

**Exemple** :




$$\vec{R} = \vec{f} + \vec{R}_N$$

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R}.\vec{AB}$$

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{R}) = (\vec{f} + \vec{R}_N).\vec{AB} = \vec{f}.\vec{AB} + \vec{R}_N.\vec{AB}$$

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{R}) = \underset{A\to B}{W}(\vec{f}) + \underset{A\to B}{W}(\vec{R}_N)$$

## IV) Applications :

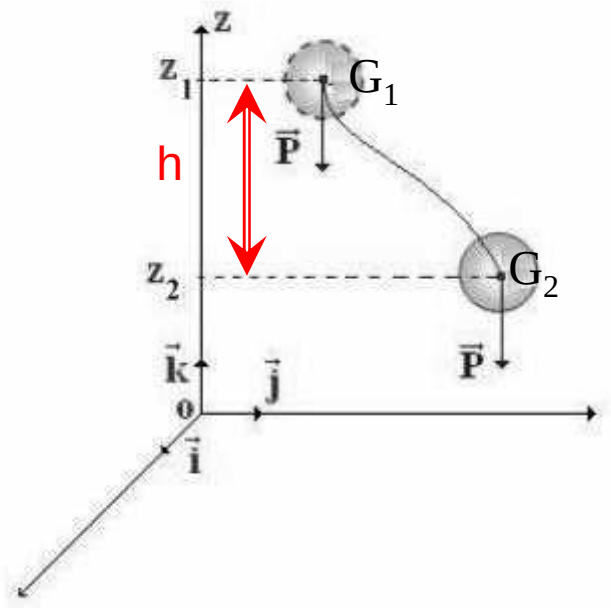
### 1) Le travail de $\vec{P}$ poids d'un solide

**▪Cas N°1:**

$$W_{G1 \rightarrow G2}(\vec{P}) = \vec{P} . \vec{G_1G_2} \qquad (1)$$

$$\vec{G_1G_2} = (x_2 - x_1)\vec{I} + (y_2 - y_1)\vec{J} + (z_2 - z_1)\vec{K}$$

$$\vec{P} = P_x.\vec{I} + P_y.\vec{J} + P_z.\vec{K} \Rightarrow \vec{P} = -m \times g.\vec{K}$$




**Donc :**

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = -m.g.\vec{K}.(z_2 - z_1).\vec{K}$$

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = m.g.(z_1 - z_2) = m.g.h$$

$$W_{G_1 \rightarrow G_2}(\vec{P}) = m.g.h$$

## Conclusion :

- **le travail du poids ne dépend pas de la position de départ » ni de la position d'arrivée**
- **A la descente travail du poids est moteur :** $W(\vec{P})_{G_1 \to G_2} > 0$

$$W_{G_1 \to G_2}(\vec{P}) = m.g.h$$

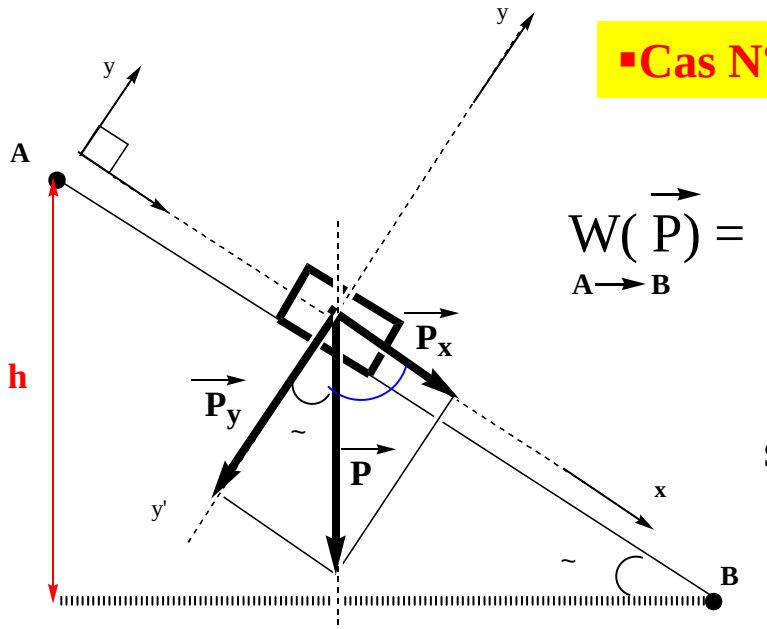
- **A la montée travail du poids est résistant :** $W(\vec{P})_{G_1 \to G_2} < 0$

$$W_{G_1 \to G_2}(\vec{P}) = -m.g.h$$

**Donc :**

$$W_{G_1 \to G_2}(\vec{P}) = \pm m.g.h$$

## ▪Cas N°2: méthode 1




~ + = 90°

$$W_{A\rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = P \cdot AB \cdot \cos(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{AB} \quad \Rightarrow \quad h = AB.\sin(\alpha)$$

$$W_{A\rightarrow B}(\vec{P}) = m.g.h$$

$$h = AB.\sin(\alpha)$$

$$W_{A\rightarrow B}(\vec{P}) = m.g.AB.\sin(\alpha)$$

## ▪Cas N°2: méthode 2

$$W_{A\to B}\left(\vec{P}\right)=\vec{P}.\vec{AB} \qquad \textbf{avec} \qquad \vec{P}=\vec{P}x+\vec{P}y$$

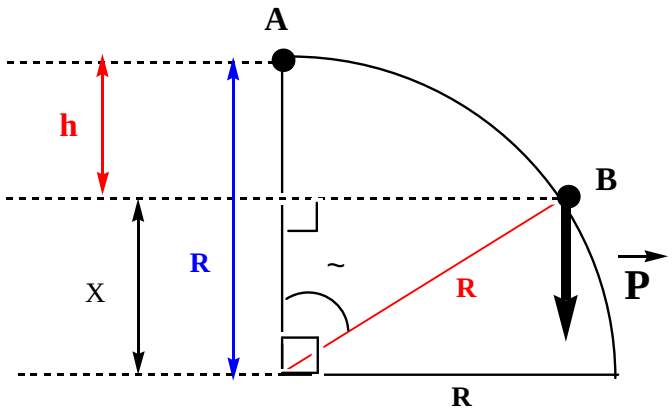
$$W_{A\to B}\left(\vec{P}\right)=\left(\vec{P}x+\vec{P}y\right).\vec{AB}=\vec{P}x.\vec{AB}+\underbrace{\vec{P}y.\vec{AB}}_{=0}$$

$$W_{A\to B}\left(\vec{P}\right)=\vec{P}x.\vec{AB}$$

$$\sin(\alpha)=\frac{Px}{P} \Longrightarrow \qquad Px=P.\sin(\alpha)$$

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = m.g.AB.\sin(\alpha)$$

## ▪Cas N°3:




$$W_{A \to B}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot h$$

$h = R - X$ $\qquad X = R \cdot \cos(\alpha)$

**Donc**

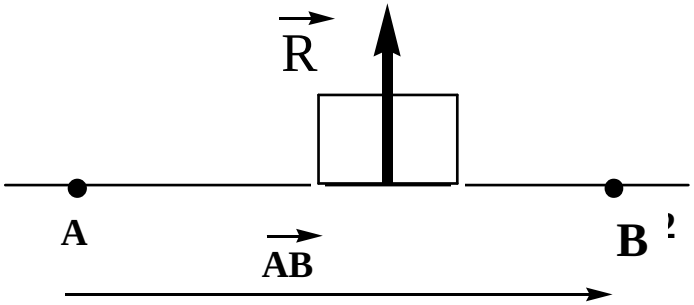
**$h = R \cdot ( 1 - \cos(\sim) )$**

$$W_{A \to B}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot R \cdot ( 1 - \cos(\sim))$$

## 2) Le travail de $\vec{R}$ action du plan

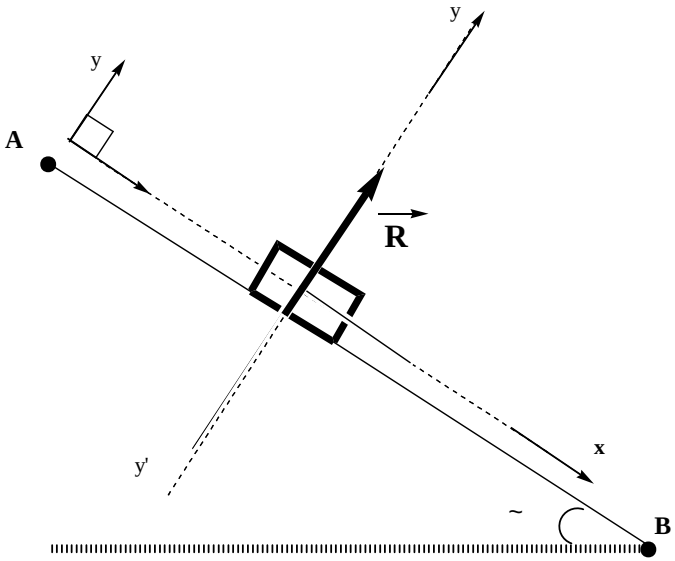
### 2-1/ sans frottement

- Cas d'un plan horizontal




$$W_{A \to B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = R \cdot AB \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

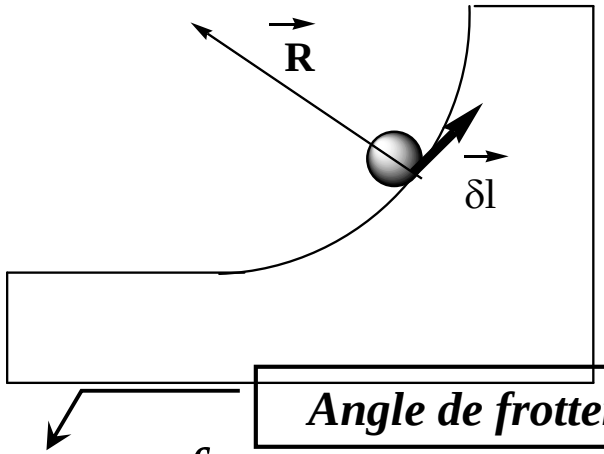
- Cas d'un plan incliné




$$W_{A \to B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = R \cdot AB \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

- Cas d'un plan curviligne

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = 0$$



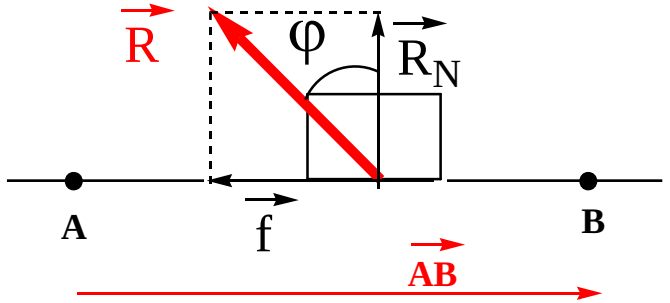

## 2-2/ Avec frottement

***Angle de frottement***

***Coefficient de frottement*** $\rightarrow$ $k = \tan(\varphi) = \dfrac{f}{R_N}$

- Cas d'un plan horizontal

$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = (\vec{R_N} + \vec{f}) \cdot \vec{AB}$$

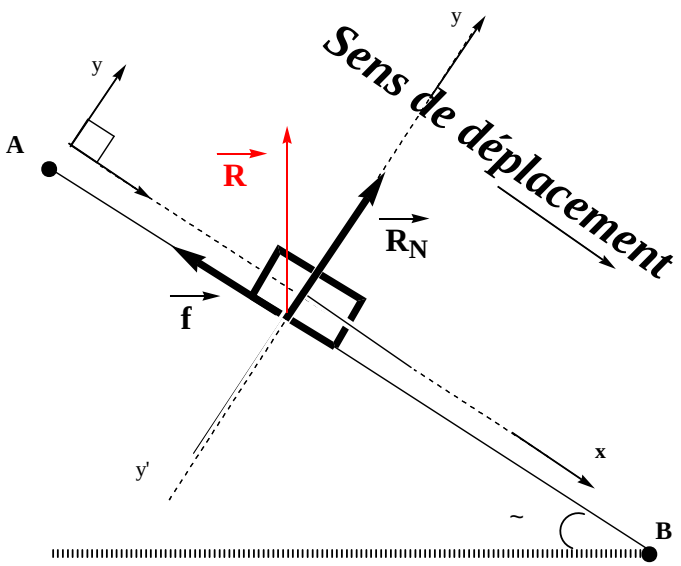



$$W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R_N} \cdot \vec{AB} + \vec{f} \cdot \vec{AB} = -f \cdot AB$$

***Travail résistant***

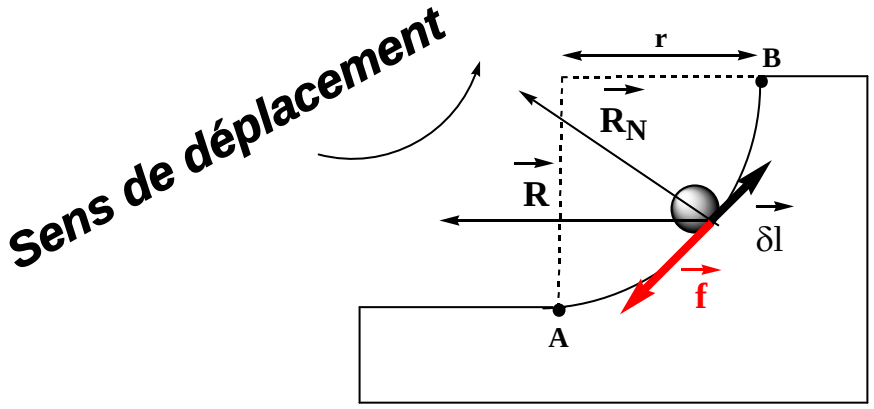
$$W_{A\to B}(\vec{R}) = -f \cdot AB$$

- Cas d'un plan incliné



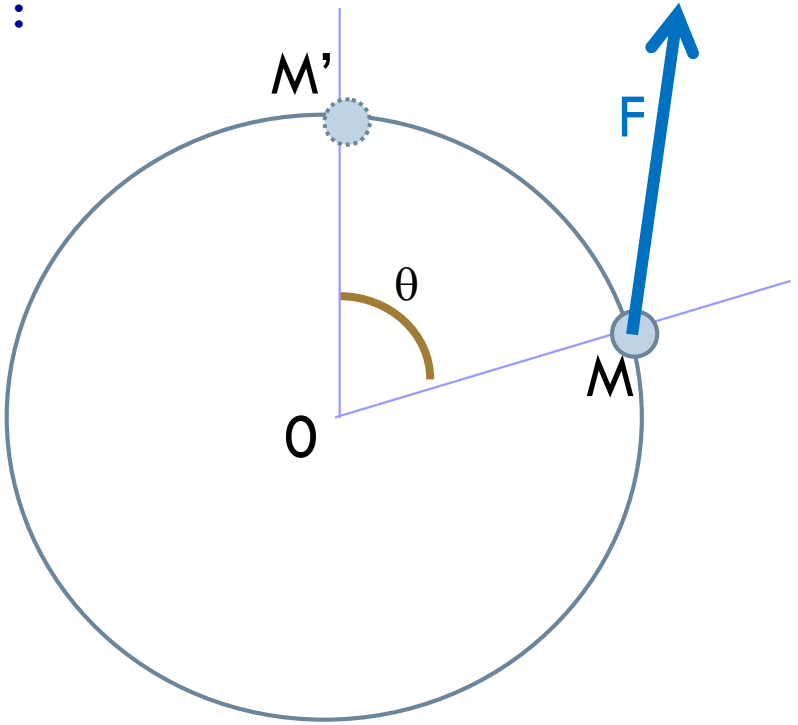

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = -f \cdot AB$$

- Cas d'un plan curviligne




$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = -f \cdot \overset{\frown}{AB} = -f \cdot r.\theta$$

## V) Travail d'une force de moment constant :




**Moment (N.m)**

$$W\left(\vec{F}\right) = M\left(\vec{F}\right) . \theta$$

**Travail (J)**

**Angle de rotation (rad)**

## VI) Puissance d'une force :

### ❑ Puissance moyenne :

La puissance moyenne d'une force est le quotient du travail de cette force par la durée Δt pour réaliser ce travail.

$$P_m = \frac{W}{\Delta t}$$

L'unité de la puissance dans le système international est le watt

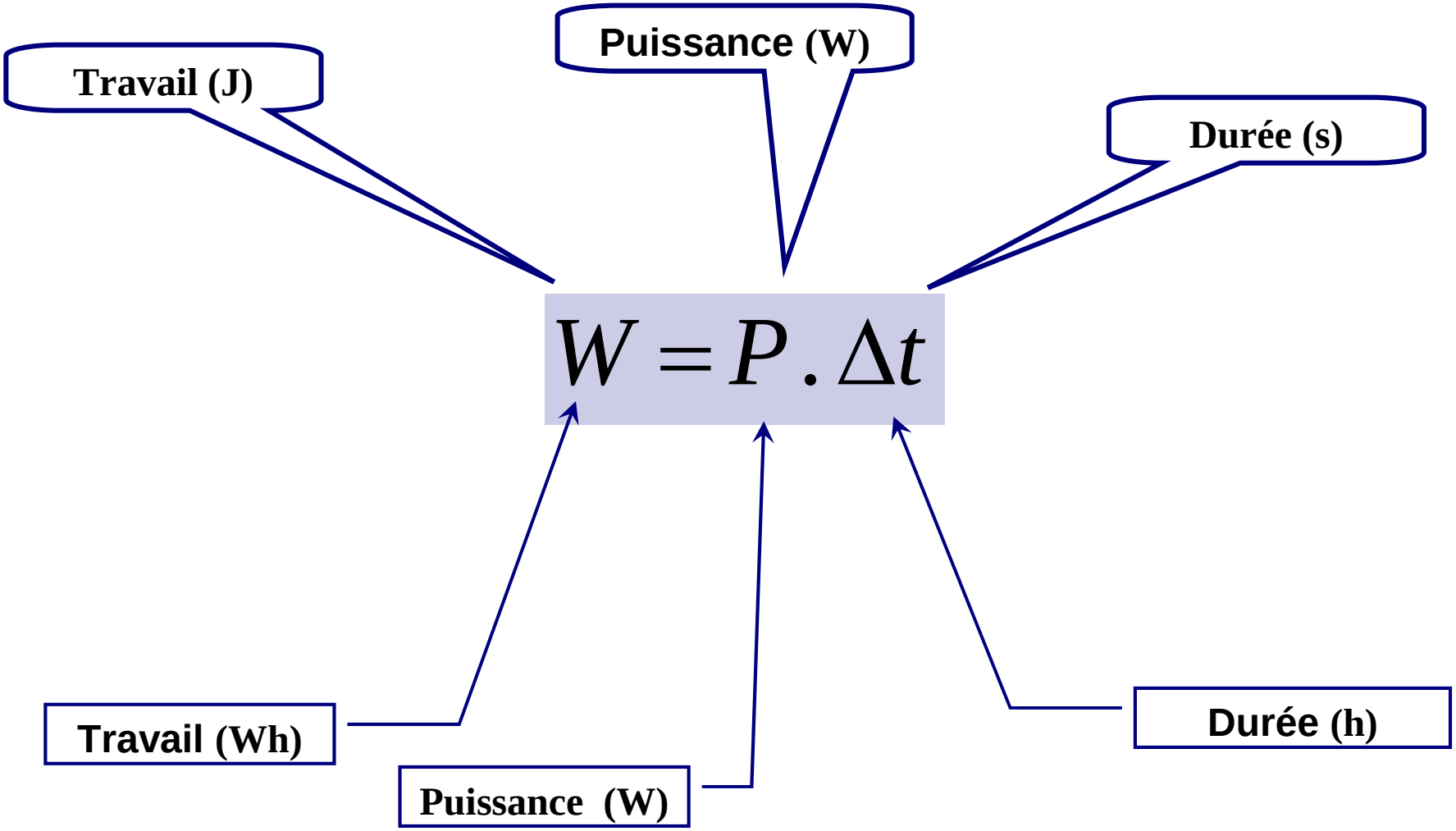
### ❑ Puissance instantanée :

Si la force $\vec{F}$ réalise un travail élémentaire $\mathcal{C}W$ pendant une durée très petite $\mathcal{C}t$ donc la puissance instantanée de cette force :

$$P = \frac{\mathcal{C}W}{\mathcal{C}t}$$

vitesse linéaire m/s

$$\mathcal{C}W = \vec{F}.\vec{\mathcal{C}l} \Rightarrow P = \vec{F}.\frac{\vec{\mathcal{C}l}}{\mathcal{C}t} \Rightarrow P = \vec{F}.\vec{V}$$


Travail (J)
Puissance (W)
Durée (s)
$W = P . \Delta t$
Travail (Wh)
Puissance (W)
Durée (h)

## VI) Puissance d'une force de moment constant :

$$P = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t} \quad ; \quad W(\vec{F}) = M(\vec{F}) \times \Delta\theta$$

$$P = \frac{M(\vec{F}) \times \Delta\theta}{\Delta t} = M(\vec{F}) \times \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = M(\vec{F}) \times \mu$$

**Moment (N.m)**

$$P = M(\vec{F}).\mu$$

**Puissance (W)**

**Vitesse angulaire (rad/s)**

Fin